

**Calculemus! Matematica e filosofia
per distinguere cause e conseguenze.**

Marco Malvaldi



**GRUPPO
FORMAZIONE
MATEMATICA
TOSCANA**
“Giovanni Prodi”

**38° CONVEGNO
SULLA
DIDATTICA
DELLA
MATEMATICA**

8 settembre 2021

1. Come ragionare con conoscenze altrui:
Fausto Coppi e l'inferenza bayesiana

Che cos'ha Fausto Coppi?

- Sintomi:
- Febbre alta
- Nausea, vomito
- Dolori muscolari e articolari

Invertire la direzione

- Probabilità che il mio giardino sia bagnato se ha piovuto

vs.

- Probabilità che abbia piovuto se il mio giardino è bagnato

Invertire la direzione

Probabilità classica:

Da una ipotesi (fumare provoca il cancro) calcolare o stimare un dato
(probabilità di avere il cancro se uno fuma)

Probabilità diagnostica:

Da un dato (probabilità di avere febbre, mal di testa, nausea) giudicare
una causa (influenza? malaria?)

Solo la chiesa ci può salvare



Reverendo Thomas Bayes (1701-1761)

$$p(A|B) = \frac{p(B|A)p(A)}{p(B)}$$

Un breve ripasso di teoria delle probabilità

$$p(A \text{ oppure } B) = p(A) + p(B) \quad \text{Se A e B sono INCOMPATIBILI}$$

Se A e B sono INDIPENDENTI

$$p(A \text{ e contemporaneamente } B) = p(A)p(B)$$

Che cos'ha Fausto Coppi?

- Sintomi:
- Febbre alta
- Nausea, vomito
- Dolori muscolari e articolari
- È appena tornato dall'Alto Volta

$$p(A|F, N, D) = \frac{p(F, N, D|A)p(A)}{p(F, N, D)}$$

Come uso le informazioni aggiuntive?

$$\begin{aligned} p(F, N, D) &= p(F, N, D \mid Inf) p(Inf) \\ &+ p(F, N, D \mid Mal) p(Mal) \\ &+ p(F, N, D \mid ?) p(?) \end{aligned}$$

Perché proprio Fausto Coppi?

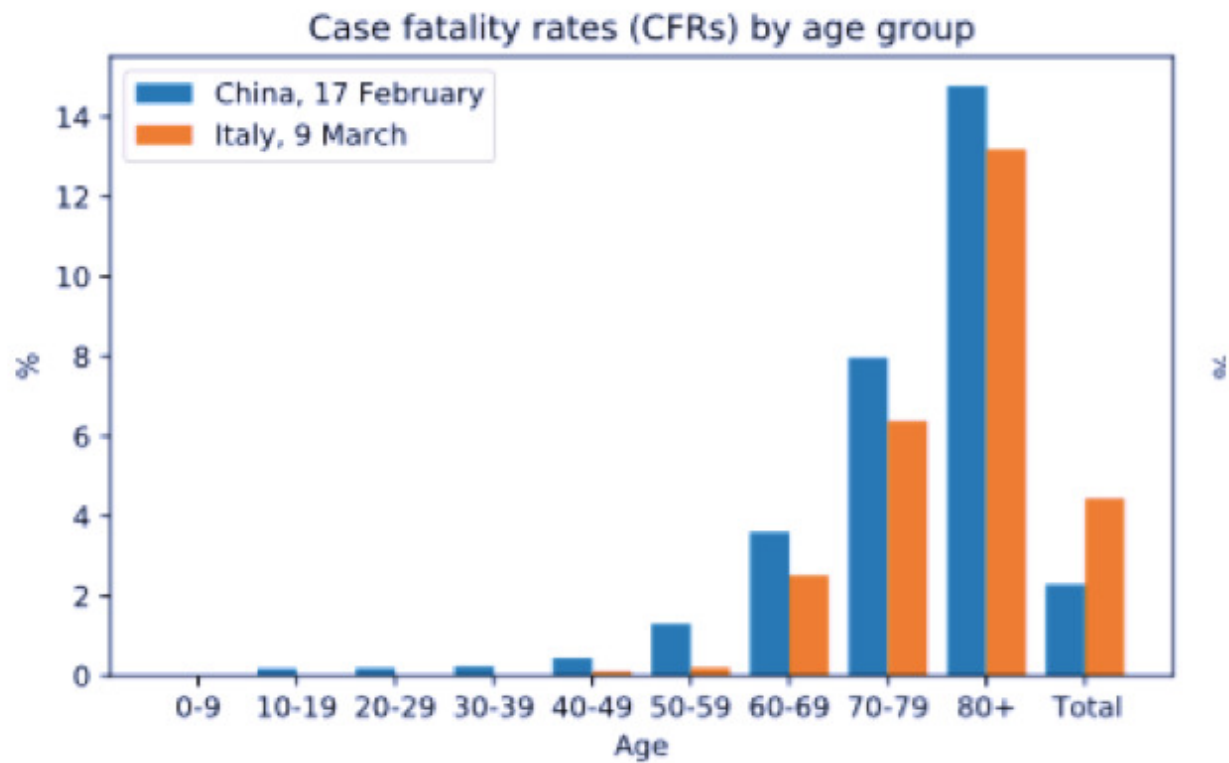


Altri possibili esempi

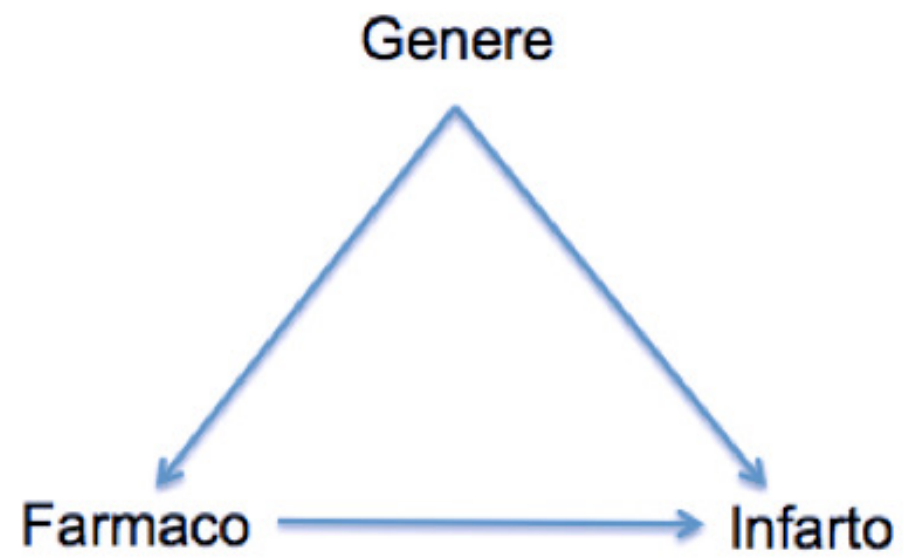
- Che probabilità ho di avere una malattia rara, per la quale esistono test con un gran numero di falsi positivi?
- Che probabilità ho di vedere altri due gol nello stesso incontro, se ne ho già visti due?

2. Paradossi e virussi

Gresele&co: mortalità Italia/Cina



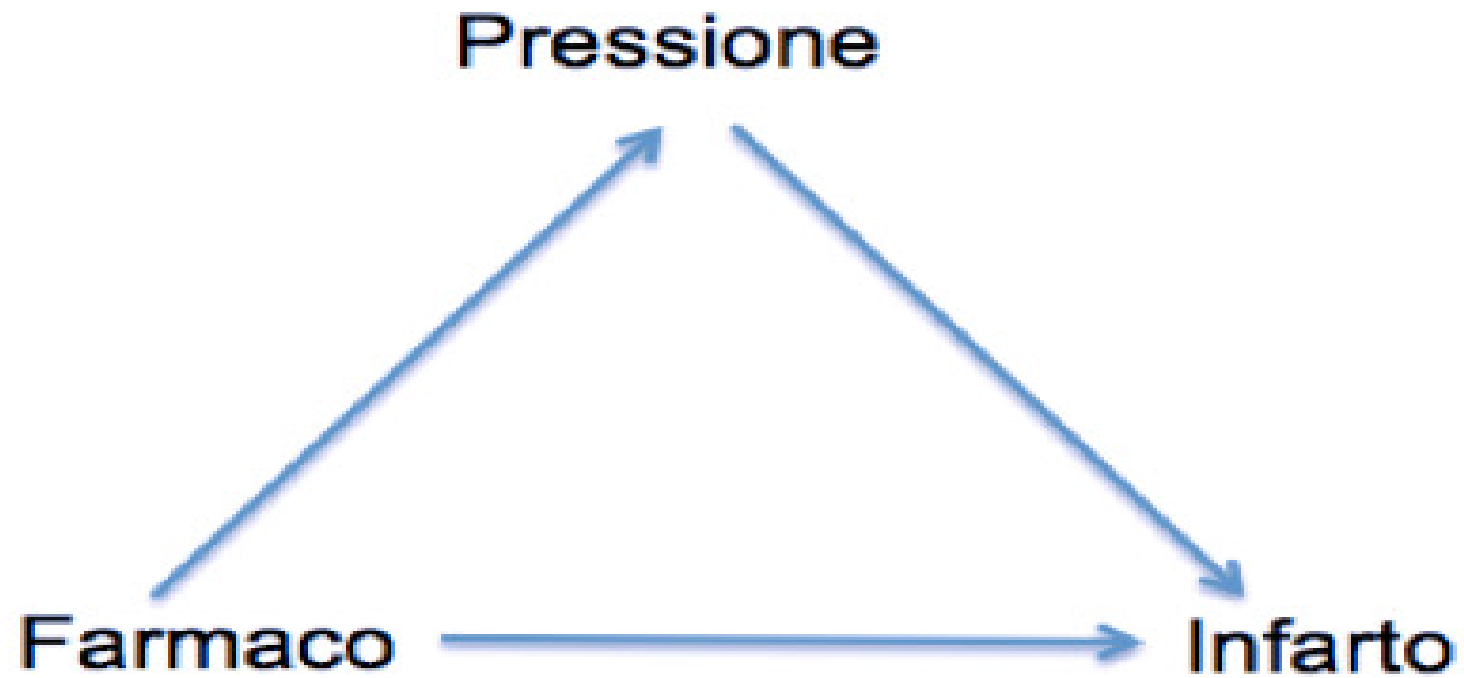
	Gruppo di controllo (niente farmaco)		Gruppo trattato (ha preso il farmaco)	
	Infarto	No Infarto	Infarto	No Infarto
Femmine	1	19	3	37
Maschi	12	28	8	12
Totale	13	47	11	49



Un secondo caso (quasi) opposto

	Gruppo di controllo (niente farmaco)		Gruppo trattato (ha preso il farmaco)	
	Infarto	No Infarto	Infarto	No Infarto
Pressione bassa	1	19	3	37
Ipertensione	12	28	8	12
Totale	13	47	11	49

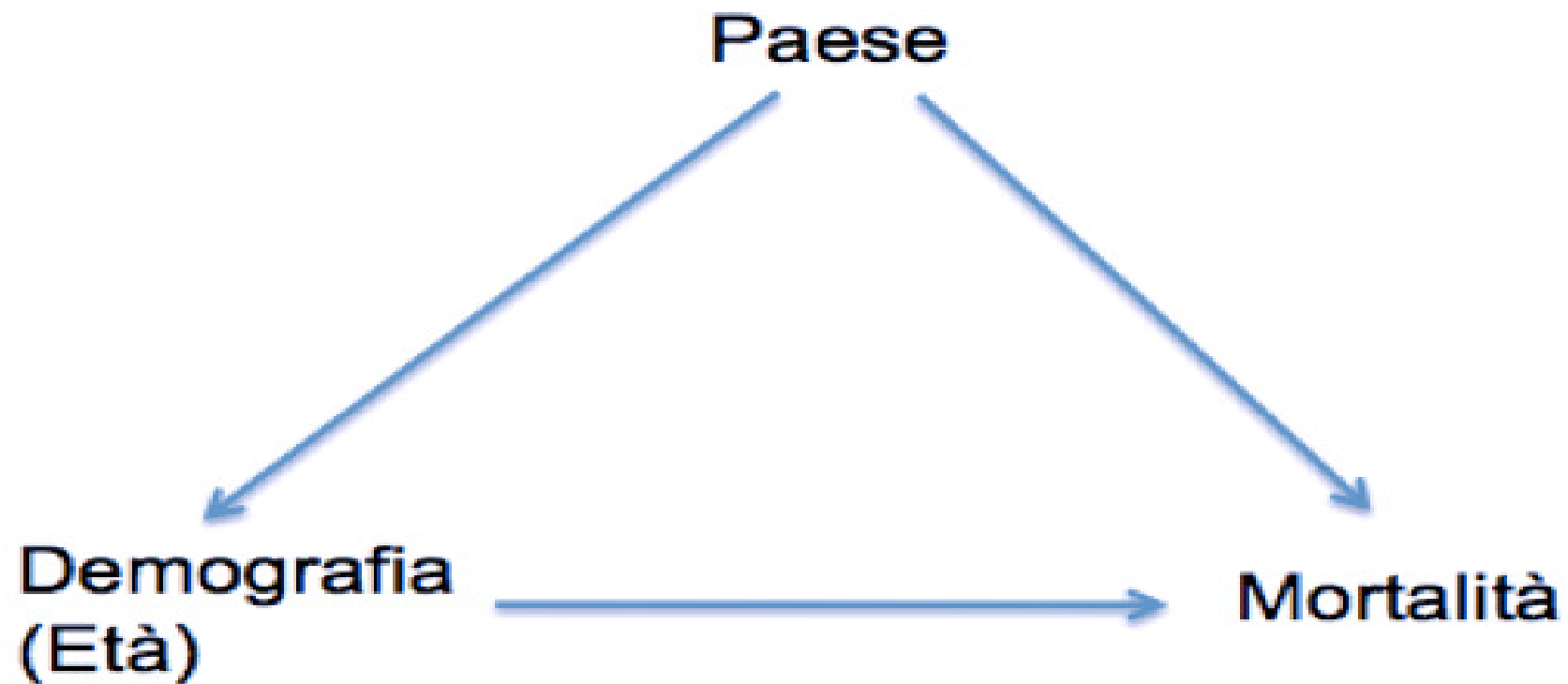
La traiettoria



Domande controfattuali

1. Come cambia la mortalità dall'Italia alla Cina?
2. Se avessi avuto fra i 50 e i 59 anni, sarebbe stato meglio ammalarsi in Cina o in Italia?
3. Data la popolazione demografica della Cina, avrebbero fatto meglio i cinesi ad adottare le misure italiane piuttosto che quelle che hanno effettivamente usato?
4. Come sarebbe cambiata la mortalità in Cina se le misure cinesi non fossero state cambiate, ma avessero avuto la popolazione demografica italiana?

Lo schema causale...



3. Andare nel pallone: la causalità matematica applicata al calcio

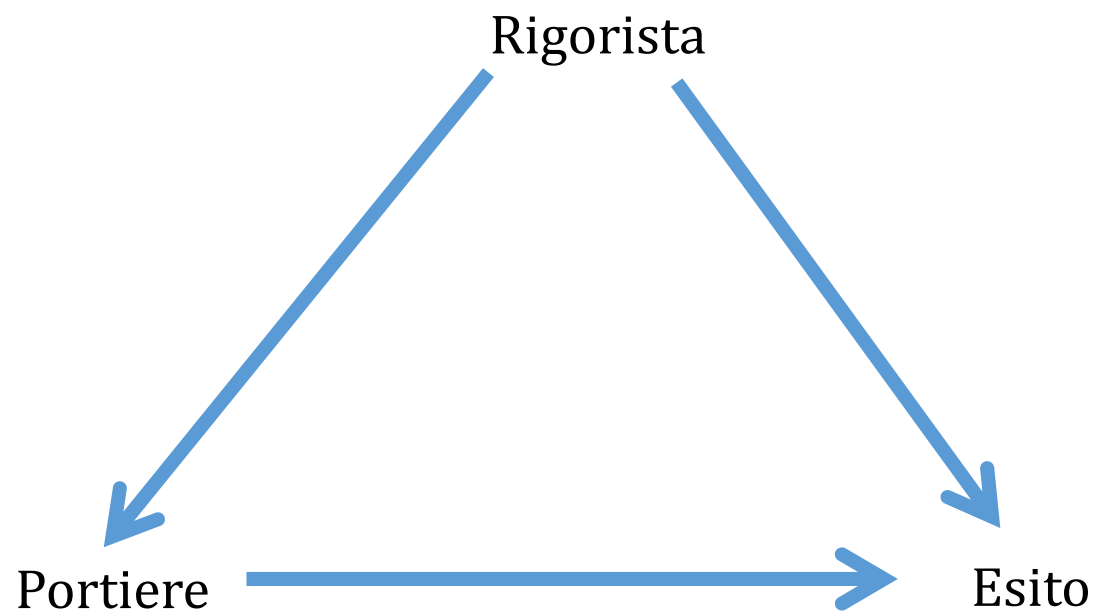
*Sulla base de' calcoli probabilistici e controfattuali illustrati dal
commendevole cavalier Judea Pearl e de' suoi molti allievi,
Indegnamente presentativi da Marco Malvaldi*

*Vai a sapere dove,
8 settembre 2021*

Qual è il portiere migliore?

	Portiere A (Aristoteles)		Portiere B (Breras)	
	Parata	Gol	Parata	Gol
Rigorista Mancino	1	19	3	37
Rigorista Destro	12	28	8	12
Totale	13	47	11	49

Una analisi causale



Il potere del modello: il calcolo-*do*

- $P(\text{Esito} | \text{do}[P = \text{Breras}]) = \sum_R P(\text{Esito} | \text{Breras}, \text{azione}) P(\text{azione})$

La presenza di un modello causale ci permette di poter calcolare un particolare tipo di probabilità condizionale,

$$P(a | \text{do}(B))$$

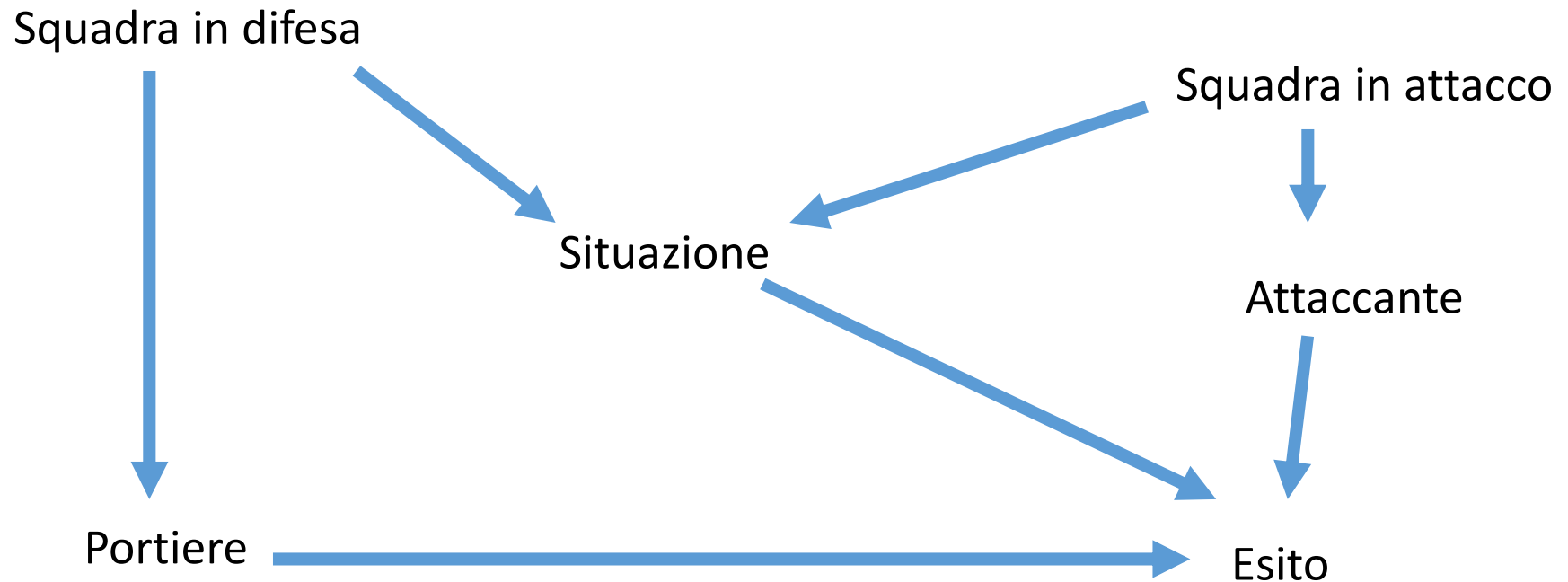
che è un oggetto diverso da $P(a | b)$.



Cosa ci permette di fare?

- *"se il portiere B (Breras) si fosse trovato di fronte 40 destri e 20 mancini, che prestazione avrebbe avuto?"*
- *Vi ricorda qualcuno?*
- *A proposito, la risposta alla prima domanda è 17*

Come valutare un portiere (nel resto del tempo)?



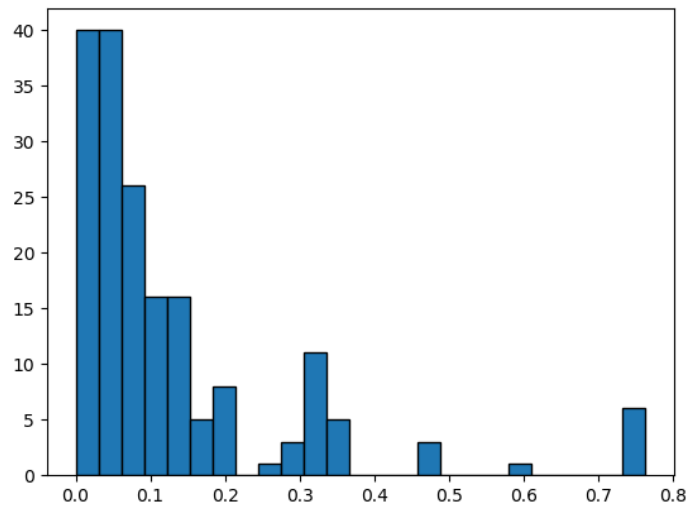
Classifica naif

- $\frac{\textit{numero gol subiti}}{\textit{numero tiri}}$

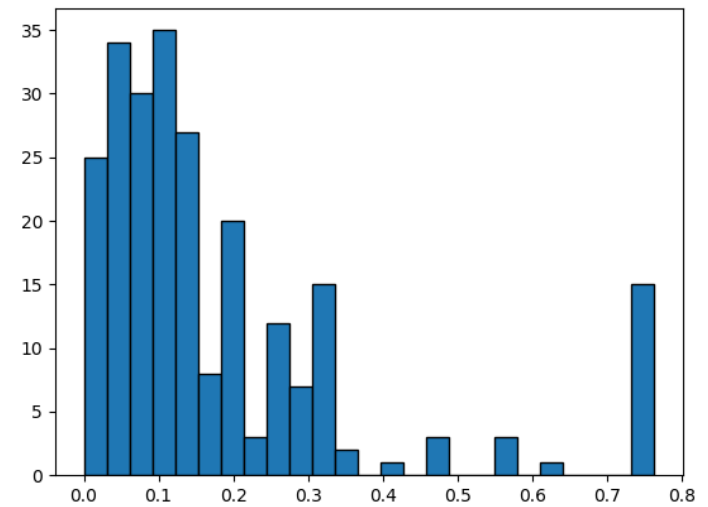
Alisson 0.2
G. Buffon 0.24861878453038674
W. Szczęsny 0.24937027707808565
S. Handanovič 0.25984251968503935
J. Musso 0.26099706744868034
G. Donnarumma 0.26138279932546377
M. Silvestri 0.26857142857142857
L. Sepe 0.27341772151898736
T. Strakosha 0.2764378478664193
Angelo da Costa 0.2777777777777778
Nicolas 0.2804878048780488
M. Perin 0.28065395095367845
A. Mirante 0.2819672131147541
A. Cragno 0.2829736211031175
S. Sirigu 0.28313253012048195
A. Meret 0.28350515463917525
R. Olsen 0.2857142857142857
E. Berisha 0.2887323943661972
A. Cordaz 0.2926829268292683
P. Gollini 0.29357798165137616
B. Dragowski 0.2936802973977695

Cosa ci stiamo perdendo?

Buffon (J**entus)



Gabriel (Lecce)

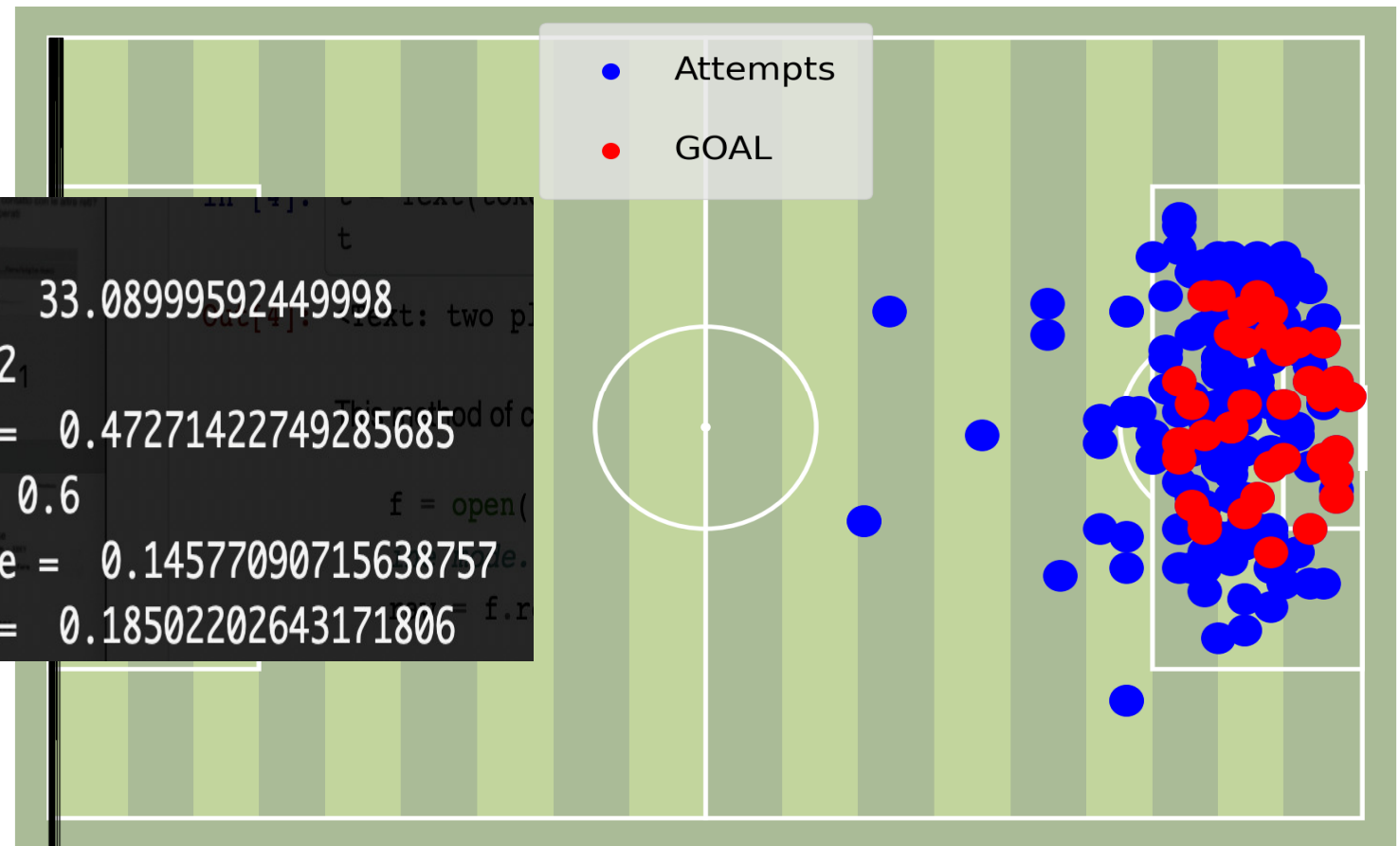


Classifica causale

Alisson 0.2147490384711121
J. Musso 0.24632835838860445
W. Szczęśny 0.2521437695139513
L. Sepe 0.26457834875815195
Angelo da Costa 0.2707420561288113
S. Sirigu 0.27265426979094026
A. Meret 0.27384225348006686
A. Cragno 0.2739438780838535
S. Handanović 0.2749901549558309
M. Silvestri 0.27564696666080013
R. Olsen 0.27872942192139905
G. Donnarumma 0.2794401330409307
Nicolas 0.2809759456255928
A. Mirante 0.2820703375221102
P. Gollini 0.28440152432891314
T. Strakosha 0.285686524334678
Gabriel 0.28587946379336504
I. Radu 0.2871531959842771
A. Cordaz 0.2885252254001876
E. Viviano 0.2909188581078033
J. Joronen 0.2910864959728419
A. Lafont 0.2930122645925058
M. Perin 0.29401534983735195
B. Drągowski 0.2952571773698229
Ł. Skorupski 0.2977898898549736
O. Karnezis 0.29853476778899185
G. Buffon 0.3016656096265855
E. Berisha 0.3016674358385546
D. Ospina 0.3027773433771445

Prestazioni in attacco: xG vs. Gol

Striker: F. Caputo
Expected realization number = 33.08999592449998
Actual realization number = 42
Expected realization per game = 0.47271422749285685
Actual realization per game = 0.6
Expected realization percentage = 0.14577090715638757
Actual realization percentage = 0.18502202643171806



Striker: A. Belotti

Expected realization number = 50.18014617650005

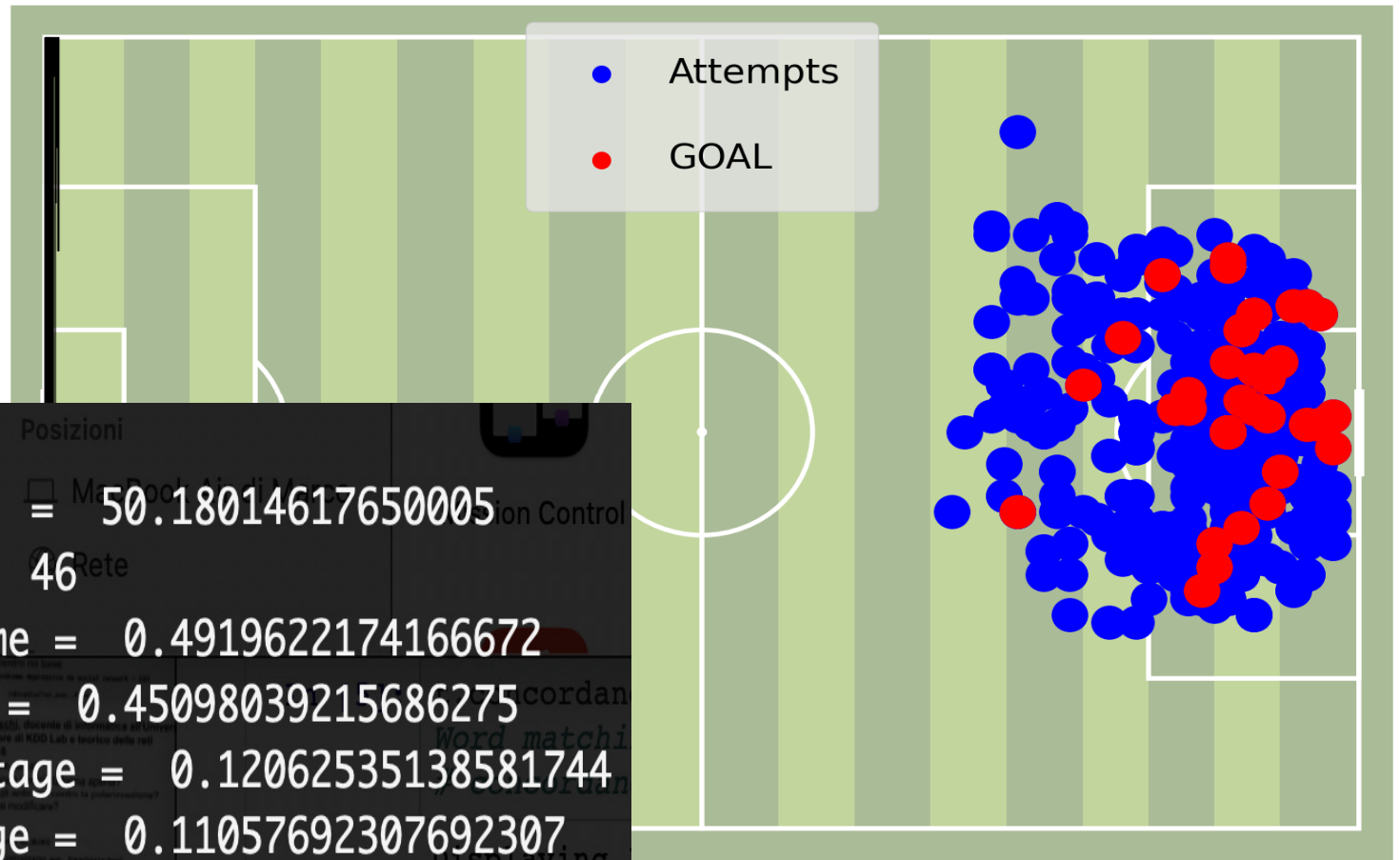
Actual realization number = 46

Expected realization per game = 0.4919622174166672

Actual realization per game = 0.45098039215686275

Expected realization percentage = 0.12062535138581744

Actual realization percentage = 0.11057692307692307



Striker: C. Immobile

Expected realization number = 62.09906977330018

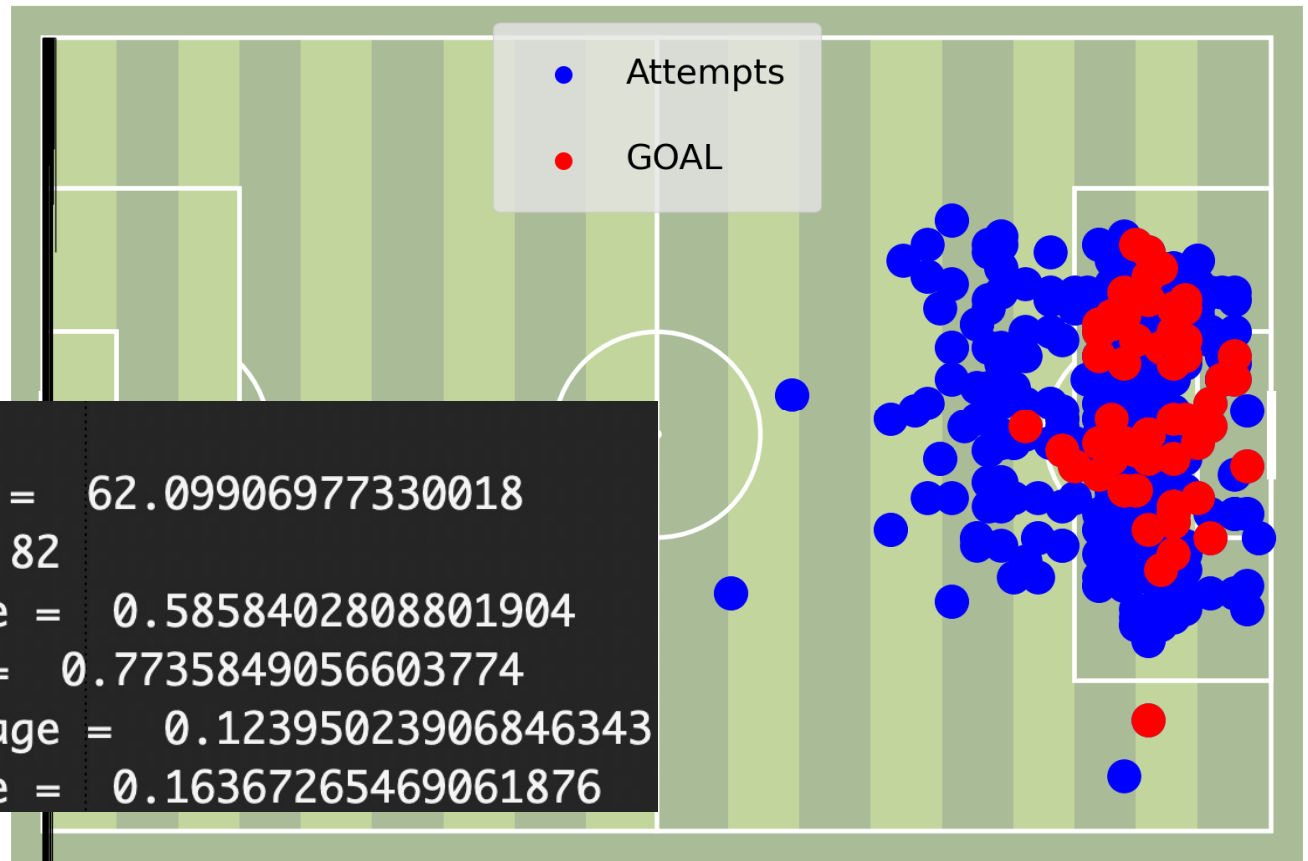
Actual realization number = 82

Expected realization per game = 0.5858402808801904

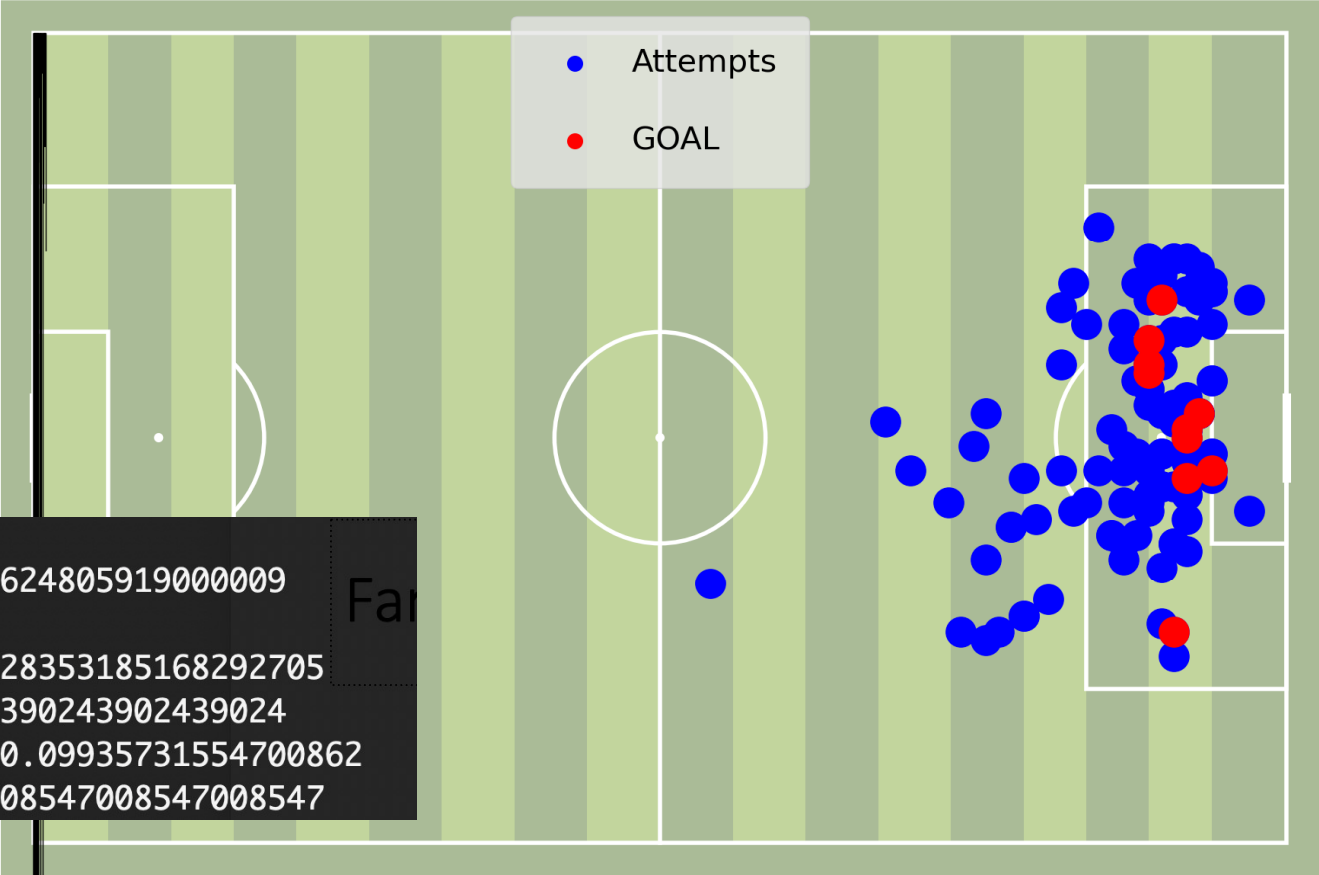
Actual realization per game = 0.7735849056603774

Expected realization percentage = 0.12395023906846343

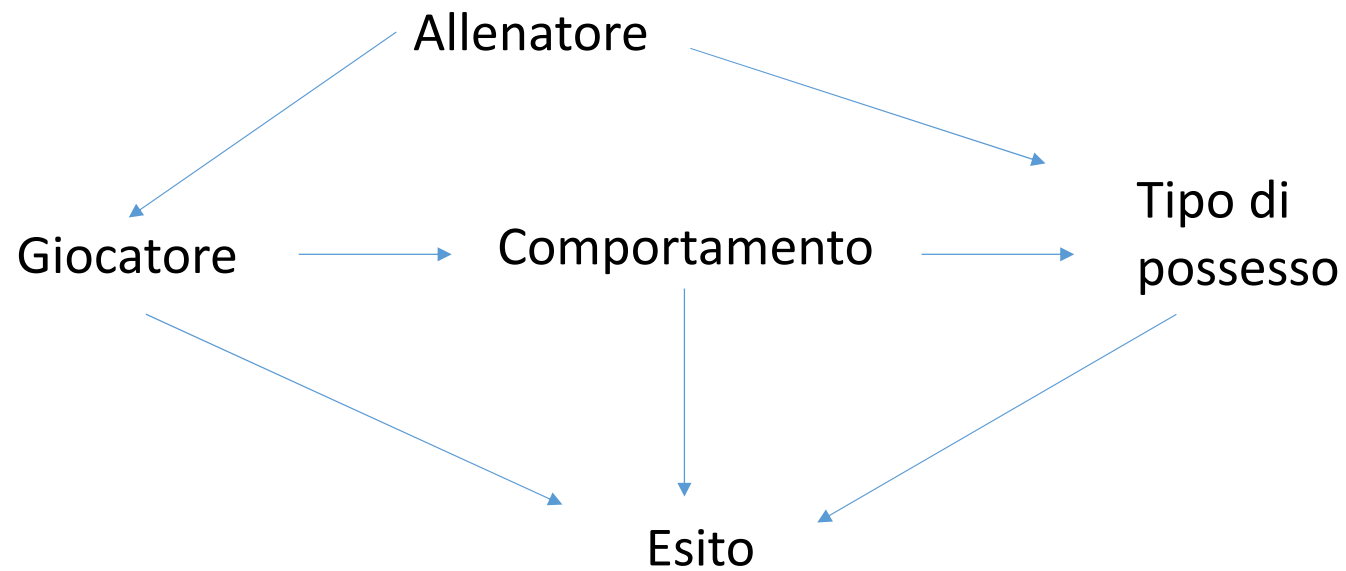
Actual realization percentage = 0.16367265469061876



Striker: S. Zaza
Expected realization number = 11.624805919000009
Actual realization number = 10
Expected realization per game = 0.28353185168292705
Actual realization per game = 0.24390243902439024
Expected realization percentage = 0.09935731554700862
Actual realization percentage = 0.08547008547008547



Prestazioni ipotetiche: lo schema



- Comportamento: $\{x1, y1, eventName, x2, y2\}$
- Ovvero:
- dove e come (ricezione, duello, intercetto) prende possesso palla
- dove e come (tiro, passaggio, fallo) perde possesso palla

Prestazioni ipotetiche: il calcolo

- Come giocherebbe Belotti nel Milan allenato da Pioli?
- $P(\textit{Esito} = \textit{Gol} | \textit{do}[G = \textit{Belotti}], \textit{do}[A = \textit{Pioli}])$