



**GRUPPO
FORMAZIONE
MATEMATICA
TOSCANA**
“Giovanni Prodi”

**36° CONVEGNO
SULLA
DIDATTICA
DELLA
MATEMATICA**

**LUCCA
9-10 SETTEMBRE 2019**

Dai dati alla conoscenza: buone pratiche di insegnamento della Statistica

Stefania Mignani

Dipartimento di Scienze Statistiche

Università di Bologna

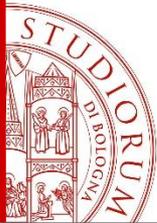
stefania.mignani@unibo.it



Le origini sono lontane

Non ti sei accorto che di codeste qualità gli estremi dell'uno e dell'altro sono rari e pochi e che invece le qualità intermedie sono abbondanti e molte?

Platone («Il Fedone»)



...e oggi

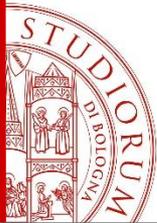
«Verrà un giorno in cui il pensiero statistico sarà per la cittadinanza consapevole necessario quanto il saper leggere e scrivere»

H.G. Wells (1903, “Mankind in the Making”)

“Statistics are crucial to economic and social development. They generate public debate and contribute to the progress of our nations. They are indispensable to academic research and the development of businesses and the civil society”

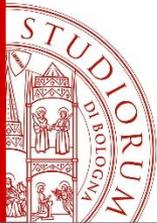
Statement by Paul Cheung

Director of the United Nations Statistics Division



Contenuti

- Dati e informazioni
- Il ruolo della statistica nella cultura del dato
- L'insegnamento della Statistica nella scuola
- Studenti-docenti
- Risultati sull'apprendimento: analisi di dati dai test standardizzati nazionali e internazionali
- Alcune esperienze



Premessa

«Di fronte all'incertezza degli eventi e alla variabilità delle osservazioni sul mondo, l'uomo razionale si è dato un linguaggio che ha radici profonde e lontane. È il linguaggio della Statistica, un modo di pensare e di agire diventato comune alla scienza e alla vita quotidiana»

Paola Monari-Professor Emerito di Statistica Università di Bologna

STATISTICA: FRA CONOSCENZA E STRATEGIA
BREVE STORIA DEL LINGUAGGIO DELLA RICERCA
MODERNA

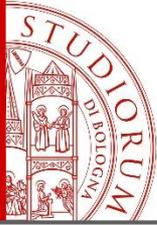
Treccani scuola- Dossier



Che cosa è la STATISTICA?

- Siamo sommersi giornalmente da **numeri** riguardanti **fenomeni collettivi** di tipo economico e sociale. Tali informazioni sono la base per **decisioni** individuali (per esempio, di spesa) o collettive (per esempio, la votazione al referendum).
- La statistica è il metodo scientifico appropriato per rilevare “**informazioni soggettive**”, ovvero dati individuali, e restituire “**informazioni quantitative**” che si riferiscono alla collettività e non più ad un singolo soggetto.
- Dati, incertezza, informazione, analisi, previsione, inferenza, sintesi un nuovo sapere.... **leggere ed interpretare e sintetizzare la realtà** complessa che è intorno a noi.

LA STATISTICA TRASFOMA DATI IN CONOSCENZA

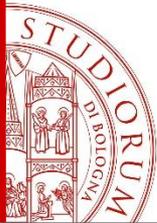


Tutto ruota intorno ai fenomeni e ai dati

«...In order to arrive at a distinct formulation of statistical problems, it is necessary to define the task which the statistician sets himself: briefly, and in its most concrete form, the object of statistical methods is the **reduction of data**. A quantity of data, which usually by its mere bulk is incapable of entering the mind, is to be replaced by relatively few quantities which shall adequately represent the whole, or which, in other words, shall contain as much as possible, ideally the whole, of the relevant information contained in the original data....»

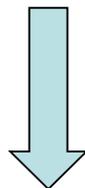


Sir Ronald Aylmer Fisher (Londra, 17 febbraio 1890 – Adelaide, 29 luglio 1962) è stato uno statistico, matematico e biologo britannico, viene considerato colui che ha fatto della statistica una scienza moderna, in quanto ha fondato i concetti di riferimento della statistica matematica moderna.



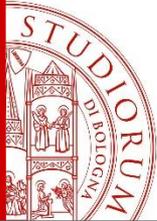
Perché i dati

«CULTURA DEL DATO»



**DAL DATO ALL'INFORMAZIONE
ALLA CONOSCENZA**

**Sensibilizzare ad un uso consapevole del
dato per trarne informazioni utili**



...*dati ovunque*

- Dati, dati, dovunque, ma fermiamoci un momento e cominciamo a riflettere », scrive David J. Hand, professore all'Imperial College di Londra (Hand, 2014).
- **Google 183.000.000 risultati per la parola Big-data**
- È dell'11 Giugno 2013 un comunicato stampa del CENSIS che denuncia la valanga incontrollata di numeri cui siamo quotidianamente
- CENSIS lancia l'allarme: troppe fake news sulla salute 2017



Ma serve conoscere i concetti base della Statistica?

Alcuni esempi:

- **La statistica può confutare ipotesi aneddotiche:** l'uso di cellulari fa male al cervello?
- **La statistica può dimostrare come l'uso di dati raccolti non correttamente può portare a conclusioni sbagliate:** i risultati di sondaggi televisivi in cui bisogna telefonare per votare sono rappresentativi delle opinioni della popolazione?
- **La statistica può evidenziare correlazioni spurie:** chi mangia solo alimenti da agricoltura biologica vive più a lungo?
- **La statistica può segnalare la mancanza di risultati certi:** quale è il tempo medio che gli studenti di statistica impiegano per recarsi a lezione?



...numeri o dati?*

Numeri o dati statistici?

- I numeri sembrano essere ovunque e a guardarli in modo superficiale paiono essere auto esplicativi
- **dati statistici sono “metadati”** e per usarli bisogna prima capire:
 - perché e come sono stati originati
 - secondo quali definizioni sono raccolti
 - come sono organizzati
 - con quali tecniche (formule, modelli) sono prodotti.
- Il **processo per la produzione** dei dati statistico è lungo, e tanto con la possibilità che si presentino fonti di errore che inquinano il dato finale

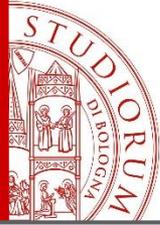
ALFABETIZZAZIONE STATISTICA

* *M.G. Ottaviani (2018)*



La statistica come *modus intelligendi*

- Lo psicologo sperimentale Daniel Kahneman, premio Nobel per l'Economia nel 2002, *Pensieri lenti e veloci*
- ***Distorsioni cognitive*** (= errori nella comprensione della realtà)
- Alcune distorsioni cognitive sono dovute all'*ignoranza di principi basilari di probabilità e statistica*, ad esempio la relazione tra dimensione campionaria e variabilità (e quindi precisione delle stime)
- Questo può generare problemi nella comprensione di informazioni e nella interpretazione che ne segue



Dimensione campionaria e variabilità

Esempio Kahneman-Tversky, Science (1974)

In una data città ci sono due ospedali:

nell'ospedale **grande** nascono ogni giorno circa **45 bambini**

nell'ospedale **piccolo** nascono ogni giorno circa **15 bambini**

In media circa metà dei neonati sono maschi e metà sono femmine; però la percentuale esatta di maschi e di femmine varia di giorno in giorno. Per un anno intero ogni ospedale tenne regolarmente i conteggi del **numero di giorni in cui i nati maschi erano più del 60% del totale.**

In quale ospedale pensate che questo sia avvenuto più spesso?

- Nell'ospedale più grande *risposte 22%*
- Nell'ospedale più piccolo *risposte 22%*
- In entrambi in modo simile *risposte 56%*

- Maggior parte dice uguale
- Secondo la Teoria dei campioni è maggiore nell'ospedale piccolo perchè è meno probabile che un campione grande devii dal valore di riferimento



Nell'era delle informazioni

«La statistica e il rigore possono aiutare a contrastare le fake news?»

Luca Tremolada Sole 24 Tecnologia Scienza 20 ottobre 2017

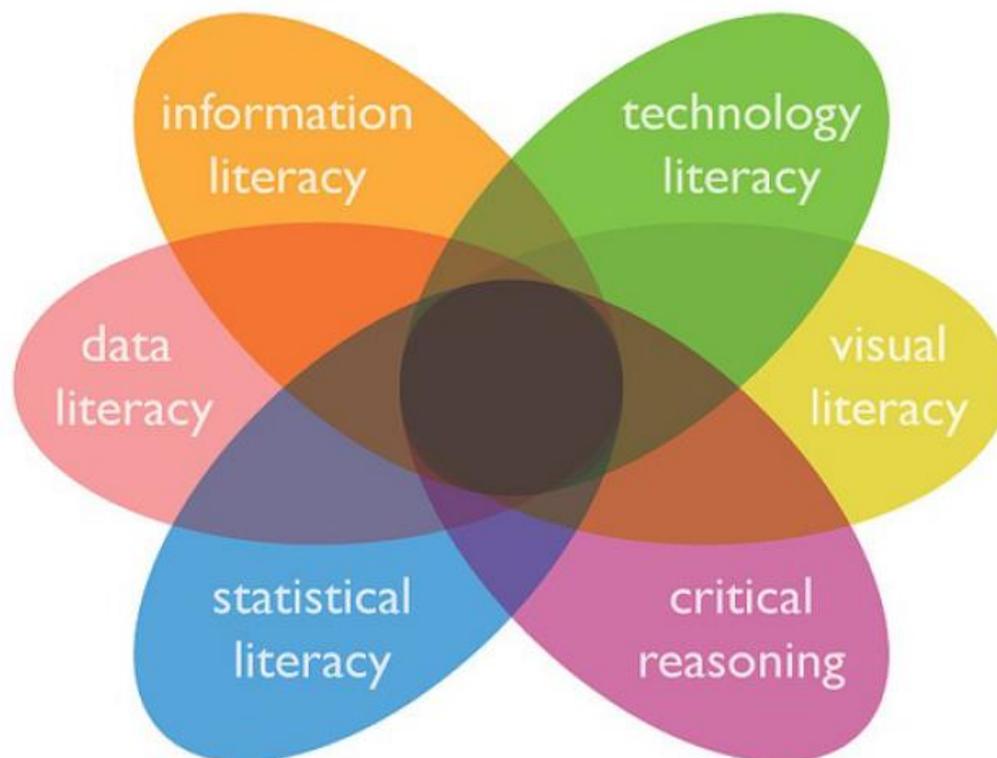
...L'uso della statistica e del rigore sui numeri non sono una contromisura al diffondersi delle fake news ma rappresentano un metodo di rappresentazione della cronaca che può essere un deterrente al diffondersi del verosimile... l'analisi quantitativa dei fondamenti della notizia non sono una soluzione ma una forma di debunking... che significa definire il contesto, aggiungere dati di realtà, numeri e altre informazioni per far emergere i “fondamentali” all'interno della quali si agitano i fatti fasulli o costruiti ad hoc

Blog

Il Sole 24 Info data le notizie raccontate con i numeri

Competenze dell'era digitale

Capacità che permettono a un individuo di vivere apprendere e lavorare in una società digitale





Ma dove e come apprendere il pensiero statistico?

La scuola deve garantire allo studente

- «...lo sviluppo di tutte le sue potenzialità e la capacità di orientarsi nel mondo in cui vive (sia esso l'ambiente di più diretto riferimento, o lo spazio sempre più esteso della comunicazione e dell'interscambio), al fine di raggiungere un equilibrio attivo e dinamico;
 - l'assimilazione e lo sviluppo della capacità di comprendere, costruire, criticare argomentazioni e discorsi, per dare significato alle proprie esperienze e anche difendersi da messaggi talvolta truccati in termini di verità e di valore».
- ✓ **E la scuola è il luogo dove si debbono apprendere i fondamenti del pensiero statistico, in tutte le sue implicazioni.**
- ✓ Da una scuola che fornisce conoscenze, più o meno legate fra loro, è necessario passare a una scuola che aiuti gli studenti a diventare consapevoli di scelte difficili e importanti per la loro vita presente e futura e rispetto alle quali la statistica offre strumenti di comprensione e di previsione.



Le competenze degli studenti

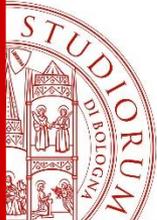
Competenze trasversali definite da UNESCO (2015)

- Pensiero critico e innovativo
- Competenze inter-personali
- Competenze intra-personali e di cittadinanza globale

Necessità di strumenti pedagogici in un approccio dell'apprendimento basato problemi reali pensando allo studente come «produttore e non consumatore» di conoscenza

- Usare dati reali in un contesto anche multidisciplinare offre l'opportunità di sviluppare le competenze “funzionali” e il ragionamento critico in un'ottica collaborative tra studentii, insegnanti e esperti

CULTURA DEL DATO PER UNA INFORMAZIONE CONSAPEVOLE



La statistica nell'asse matematico

COMPETENZE STATISTICHE

per esempio

- si richiede che lo studente sia in grado di **analizzare dati e interpretarli** sviluppando deduzioni e ragionamenti sugli stessi anche con l'ausilio di rappresentazioni grafiche
- e nell'elenco delle abilità/capacità è scritto testualmente che lo studente deve saper **raccogliere, organizzare e rappresentare un insieme di dati**



Statistica: una disciplina moderna che motiva gli studenti

- Rispetto agli aspetti educativi e didattici più attuali la statistica si trova completamente a proprio agio.
- **Motivare gli studenti lavorando coi dati, dialogare con i dati, interagire con le discipline sostantive dalle quali i dati provengono,** è **l'abito mentale** per chi si trova ad apprendere ed a utilizzare la statistica.
- Rappresentare ed esplorare i dati mediante **modelli**, modificando ipotesi e parametri sono attività attraverso le quali è possibile guidare gli studenti quando si propone la statistica in classe.
- Ciò è possibile mediante l'utilizzo strumentale della **matematica**, l'utilizzo di **tecnologie informatiche** per l'**elaborazione** dei dati ed una visione **interdisciplinare** della conoscenza.



Contenuti: un'ottica internazionale

Categorization of cognitive statistical learning outcomes (*delMas, 2002; Garfield and Ben-Zvi, 2007, 2009; Garfield and delMas, 2010*):

- a) statistical literacy, understanding and using the basic language and tools of statistics;
- b) statistical reasoning, reasoning with statistical ideas and making sense of statistical information;
- c) statistical thinking, recognizing the importance of examining and explaining variability and connecting data analysis to the larger context of statistical investigation.



L'insegnamento della statistica

Statistica e probabilità si trovano all'interno del programma di matematica sotto i contenuti etichettati "Dati e previsioni"

❖ Scuola primaria, secondaria di I grado:

-- D.M. 16 novembre 2012, n. 254

❖ Scuola secondaria di secondo grado:

-- Licei D.M.7 ottobre 2010, n. 211

-- Istituti tecnici Direttiva 15 luglio 2010, n. 57

-- Istituti professionali Direttiva 9 luglio 2010, n. 65



Obiettivi di apprendimento

Scuola primaria

Rappresentare relazioni e dati e, in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni.

Usare le **nozioni di frequenza, di moda e di media aritmetica**, se adeguata alla tipologia dei dati a disposizione.

Rappresentare problemi con **tabelle e grafici** che ne esprimono la struttura.

Utilizzare le principali **unità di misura** per lunghezze, angoli, aree, volumi/capacità, intervalli temporali, masse, pesi per effettuare misure e stime.

Passare da un'unità di misura a un'altra, limitatamente alle unità di uso più comune, anche nel contesto del sistema monetario.

In situazioni concrete, di una coppia di eventi intuire e cominciare ad argomentare qual è il più probabile, dando una prima quantificazione nei casi più semplici, oppure riconoscere se si tratta di eventi ugualmente probabili.

Riconoscere e descrivere regolarità in una sequenza di numeri o di figure.



Obiettivi di apprendimento

Scuola secondaria di I grado

Rappresentare insiemi di dati, anche facendo uso di un **foglio elettronico**.
In situazioni significative, **confrontare dati** al fine di prendere decisioni, utilizzando le distribuzioni delle frequenze e delle frequenze relative.
Scegliere ed utilizzare **valori medi** (moda, mediana, media aritmetica) adeguati alla tipologia ed alle caratteristiche dei dati a disposizione.
Saper valutare la **variabilità** di un insieme di dati determinandone, ad esempio, il campo di variazione.

In semplici situazioni aleatorie, individuare gli eventi elementari, assegnare a essi una probabilità, calcolare la probabilità di qualche evento, scomponendolo in eventi elementari disgiunti.

Riconoscere coppie di eventi complementari, incompatibili, indipendenti.



Obiettivi di apprendimento

Scuola secondaria di II grado biennio

Lo studente sarà in grado di rappresentare e analizzare in diversi modi (anche utilizzando strumenti informatici) un insieme di dati, scegliendo le rappresentazioni più idonee. Saprà **distinguere tra caratteri** qualitativi, quantitativi discreti e quantitativi continui, operare con distribuzioni di frequenze e rappresentarle. Saranno studiate le definizioni e le proprietà dei valori medi e delle misure di variabilità, nonché l'uso strumenti di calcolo (calcolatrice, foglio di calcolo) per analizzare raccolte di dati e serie statistiche. Lo studio sarà svolto il più possibile in **collegamento con le altre discipline** anche in ambiti entro cui i dati siano raccolti direttamente dagli studenti.

Lo studente sarà in grado di ricavare semplici inferenze dai diagrammi statistici.

Egli apprenderà la **nozione di probabilità**, con esempi tratti da contesti classici e con l'introduzione di nozioni di statistica.

Sarà approfondito in modo rigoroso il concetto di modello matematico, distinguendone la specificità concettuale e metodica rispetto all'approccio della fisica classica.





Obiettivi di apprendimento

Scuola secondaria di II grado triennio (2+1)

Lo studente, in ambiti via via più complessi, il cui studio sarà sviluppato il più possibile in collegamento con le altre discipline e in cui i dati potranno essere raccolti direttamente dagli studenti, apprenderà a far uso delle **distribuzioni doppie** condizionate e marginali, dei concetti di deviazione standard, dipendenza, **correlazione e regressione**, e di campione.

Studierà la **probabilità condizionata** e composta, la formula di Bayes e le sue applicazioni, nonché gli elementi di base del calcolo combinatorio.

In relazione con le nuove conoscenze acquisite approfondirà il concetto di modello matematico.

—
Lo studente apprenderà le caratteristiche di alcune **distribuzioni discrete e continue di probabilità** (come la distribuzione binomiale, la distribuzione normale, la distribuzione di Poisson).

In relazione con le nuove conoscenze acquisite, anche nell'ambito delle relazioni della matematica con altre discipline, lo studente approfondirà il concetto di modello matematico e svilupperà la capacità di costruirne e analizzarne esempi.

Elementi cruciali

- ***Insegnamento***

→ Nel sistema scolastico italiano, non tanti insegnanti di matematica sono stati formati o hanno familiarità con concetti e metodi statistici. Inoltre non sono competenti nella scelta di esempi reali pertinenti, utili e significativi.

- ***Apprendimento***

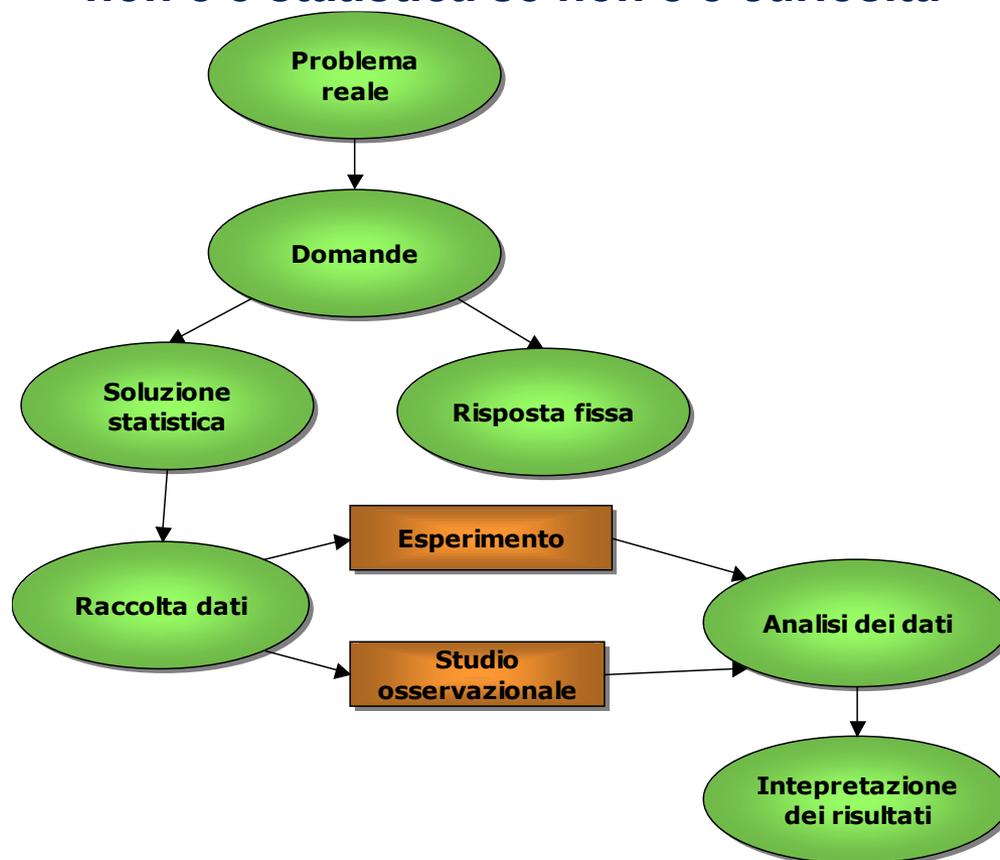
→ L'ambiente di insegnamento influenza gli atteggiamenti degli studenti nei confronti della statistica. Viene vista come una disciplina difficile e talvolta noiosa

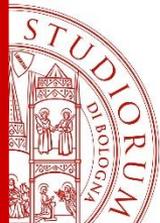


La Statistica a scuola

È più semplice ‘catturare’ l’attenzione dei ragazzi affrontando temi che sono vicini alle **esperienze quotidiane**

L’approccio statistico alla conoscenza della realtà si presta ad attività di ‘**laboratorio**’
“**non c’è statistica se non c’è curiosità**”

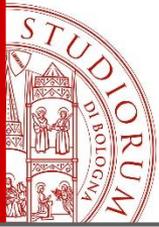




Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (GAISE)

	LIVELLO DI BASE:	LIVELLO INTERMEDIO	LIVELLO APPROFONDITO
FORMULAZIONE DELLE DOMANDE	<ul style="list-style-type: none">- L'insegnante pone domande.- Questioni limitate alla classe	<ul style="list-style-type: none">- Gli studenti sono sollecitati dall'insegnante a porre domande.- Questioni non limitate alla classe	<ul style="list-style-type: none">- Gli studenti pongono direttamente domande.- Questioni più generali
Esempio A osservazionale: Sport praticato	Quale tipo di sport è più praticato dagli studenti di una classe?	Che differenze ci sono tra gli studenti di una classe e l'altra?	Quali differenze in tutta la scuola, partendo da un campione di studenti?
Esempio B sperimentale: crescita di una pianta	Una pianta cresce più velocemente vicino o lontano dalla luce?	Alcune piante lontane dalla luce crescono di meno di altre piante vicino alla luce?	In che modo il livello di illuminazione influenza la crescita di una pianta?
RACCOLTA DEI DATI	<ul style="list-style-type: none">- Censimento della classe- Semplice esperimento	<ul style="list-style-type: none">- Scelta casuale di un insieme di studenti di altre classi;- si inizia a lavorare sul concetto di campione;- esperimento comparativo;- si inizia a introdurre il concetto di randomizzazione	<ul style="list-style-type: none">- Piano di campionamento con scelta casuale;- piano degli esperimenti con randomizzazione

Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (GAISE)

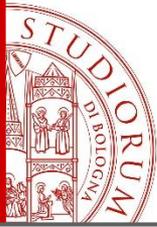


	LIVELLO DI BASE:	LIVELLO INTERMEDIO	LIVELLO APPROFONDITO
<p>ANALISI DEI DATI: 1) processo ed elementi dell'apprendimento</p> <p>2) Strumenti e metodi</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Usare proprietà delle distribuzioni in un contesto specifico; - mostrare attraverso grafici la variabilità in un gruppo e confrontare gli individui entro un gruppo; - osservare l'associazione tra variabili <ul style="list-style-type: none"> • Tabelle e distribuzioni • Grafici a torta, diagrammi a barre • Media, mediana, moda • Intervallo di variabilità 	<ul style="list-style-type: none"> - Imparare ad usare particolari proprietà di distribuzioni come strumento di analisi; - quantificare la variabilità entro un gruppo - confrontare graficamente gruppi; - usare semplici indicatori dell'associazione tra variabili <ul style="list-style-type: none"> • Istogrammi e box-plot • Grafici di serie storiche • Range interquartile, varianza e scarto quadratico medio • Tabelle a doppia entrata • Retta per semplici modelli di associazione 	<ul style="list-style-type: none"> - Comprendere ed usare le distribuzioni in un contesto generale; - misurare la variabilità entro un gruppo e tra gruppi; - confrontare gruppi usando grafici e misure di variabilità; - descrivere e quantificare l'errore campionario; - quantificare attraverso modelli l'associazione tra variabili <ul style="list-style-type: none"> • Definizione di probabilità come concetto di frequenza relativa nel lungo-andare; • Concetto di variabile aleatoria; • Distribuzione campionaria di media e proporzione • Modelli di dipendenza • Retta di regressione



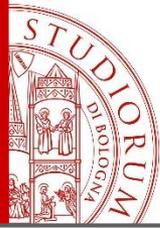
Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (GAISE)

	LIVELLO DI BASE:	LIVELLO INTERMEDIO	LIVELLO APPROFONDITO
INTERPRETAZIONE DEI RISULTATI	<p>Gli studenti:</p> <ul style="list-style-type: none"> - non vanno oltre i dati; - notano principalmente le differenze tra unità; - individuano i legami tra variabili tramite le rappresentazioni grafiche 	<p>Gli studenti:</p> <ul style="list-style-type: none"> - prendono coscienza che è possibile andare oltre i dati osservati; - comprendono che un campione può non essere rappresentativo; - imparano a distinguere tra dati osservazionali e dati sperimentali; - colgono la differenza tra associazione e causa-effetto 	<p>Gli studenti:</p> <ul style="list-style-type: none"> - sono in grado di guardare oltre i dati; - generalizzano dal campione alla popolazione; - sono consapevoli della distinzione tra dati osservazionali e dati sperimentali; - interpretano misure e modelli di associazione



La variabilità: concetto fondamentale per apprendere il ragionamento statistico

- La Statistica fornisce insieme coerente di strumenti per affrontare “l’onnipresenza di variabilità ”(Cobb and Moore, 1997) L’attenzione alla variabilità distingue contenuto statistico da contenuto matematico.
- ***Variabilità entro un gruppo***
- ***Variabilità tra gruppi***
- ***Co-variabilità***
- ***Variabilità nell’adattamento a un modello***
- ***Variabilità indotta (sperimentazione)***
- ***Variabilità campionaria***
- ***Variabilità casuale da campionamento***
- ***Variabilità casuale (randomizzazione)***



Un esempio dal mondo della scuola

Scuola Risultati apprendimento

DIFFERENZE RISPETTO A RISULTATI MEDI

- ✓ Variabilità all'interno di una classe → differenze tra studenti a livello individuale

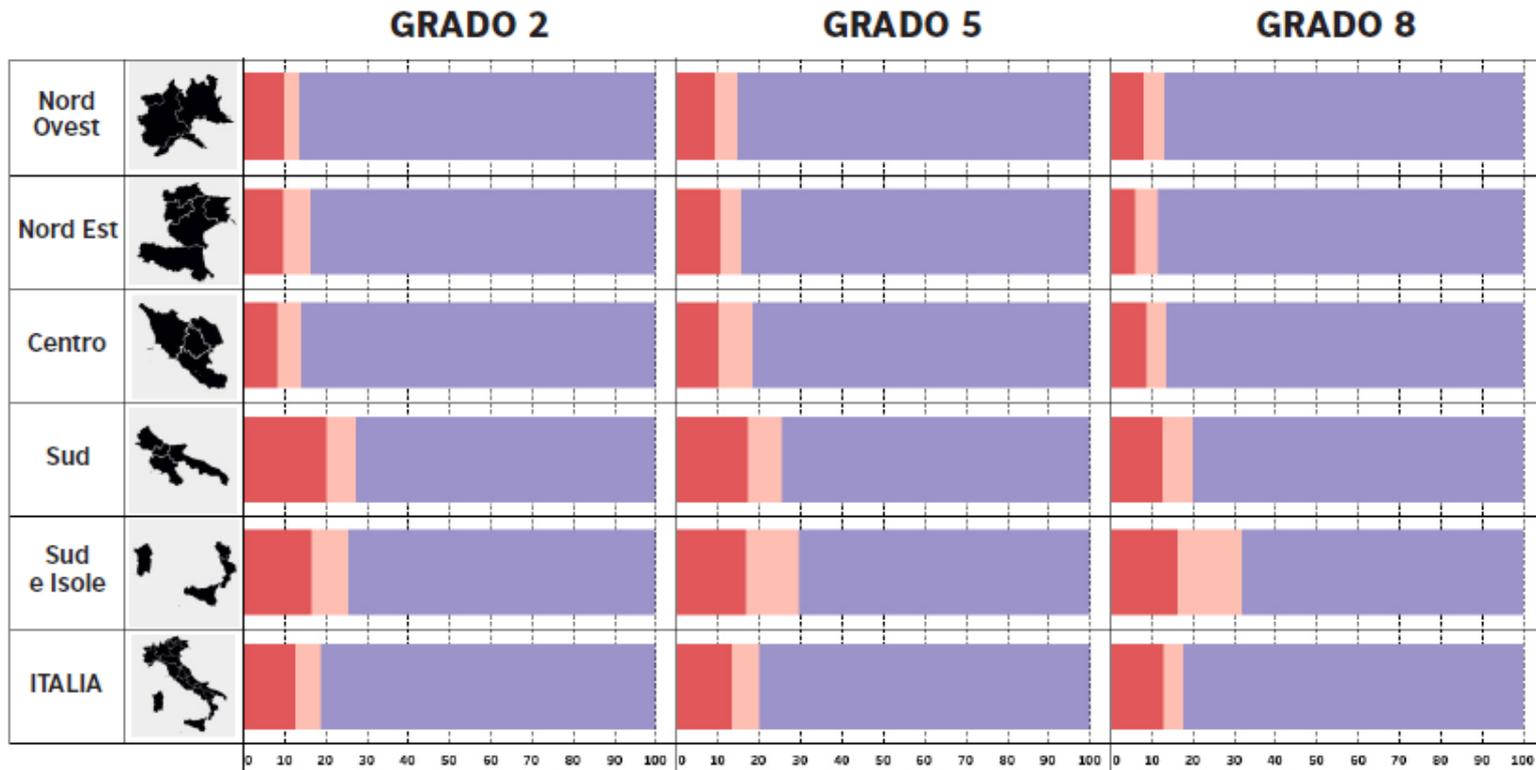
Indicatori di equità della scuola

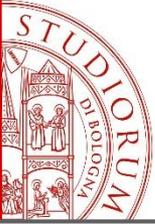
- ✓ Variabilità tra classi all'interno di una stessa scuola → controllabile
- ✓ Variabilità tra scuole → fattori di contesto, territorio più difficile da controllare

*Rapporto Invalsi 2019

Scomposizione della variabilità

■ tra le scuole
 ■ tra le classi entro le scuole
 ■ tra gli alunni entro le classi





Iniziative di diffusione della Statistica legate all'insegnamento

Chi le organizza:

Ambito nazionale

Miur

SIS-Società Italiana di Statistica

Istat

Ambito internazionale

- ASA-American Statistical Association
IASE- International Association for Statistics Education
- RSS Royal Statistical Society-
Center for Statistical Education
- Eurostat

Cosa si fa:

Formazione Insegnanti

Materiali didattici

Competizioni

Manifestazioni, seminari

Riviste



Formazione

Didattica della Statistica (dati e previsioni)

- Matematica 2001 (MIUR-UMI-SIS)
materiale didattico per la scuola del primo ciclo
- Matematica 2003 (MIUR-UMI-SIS-Mathesis)
materiale didattico per il primo e secondo biennio
della scuola secondaria di secondo grado
- Matematica 2004 (MIUR-UMI-SIS)
materiale didattico per il quinto anno
della scuola secondaria di secondo grado

- Progetto [m@t.abel](http://www.scuolavalore.indire.it/superguida/matable/) [http://
www.scuolavalore.indire.it/superguida/
matable/](http://www.scuolavalore.indire.it/superguida/matable/)

- PIANO LAUREE SCEINTIFICHE: Scuola Università



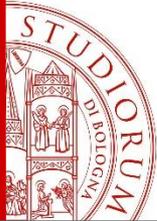
Competizioni

SIS e Istat e patrocinate dal Miur: Olimpiadi della Statistica

- Livello italiano
primo, secondo, terzo e quarto anno di tutte le scuole secondarie di secondo grado
- Livello europeo con Eurostat → European Statistics Competition

Iase: International Statistical Literacy Project -Poster Competition

- tre categorie di partecipanti: a) studenti nati nel 2002 e più giovani
b) studenti nati nel 1999 e più giovani c) studenti di corsi di laurea triennale



Manifestazioni

- StatisticAll, IL FESTIVAL DELLA STATISTICA E DELLA DEMOGRAFIA Trieste 20-22 Settembre
- Diamo i numeri! Un'esposizione interattiva sull'affascinante mondo dei numeri fra Dita, Dadi e Dati



Ma cosa fanno gli studenti?

- Risultati dell'apprendimento basati sui test standardizzati
- Es: Ocse-Pisa, Timss, Invalsi
- **Quadri di riferimento**



Risultati Pisa 2012

Cambiamento e relazioni

- quindicenni **477**
- grado 10 **490**
- OCSE **493**

Spazio e forma

- quindicenni **487**
- grado 10 **501**
- OCSE **490**

Quantità

- quindicenni **491**
- grado 10 **505**
- OCSE **495**

Incertezza e dati

- quindicenni **482**
- grado 10 **496**
- OCSE **493**



Risultati Invalsi 2017

Scuola primaria

Tavola 3.2: Risultati della prova di Matematica di II primaria per ambito - Italia

Ambito	Difficoltà media	Percentuale media risposte corrette
Numeri	198,96	50,41
Spazio e figure	183,04	58,55
Dati e previsioni	200,20	48,35

Tavola 3.4: Risultati della prova di Matematica di V primaria per ambito – Italia

Ambito	Difficoltà media	Percentuale media risposte corrette
Numeri	190,91	54,96
Spazio e figure	194,25	52,59
Dati e previsioni	174,04	62,74
Relazioni e funzioni	208,22	45,22



Risultati Invalsi 2017

Scuola secondaria

Tavola 3.6: Risultati della prova di Matematica di III secondaria di primo grado per ambito – Italia

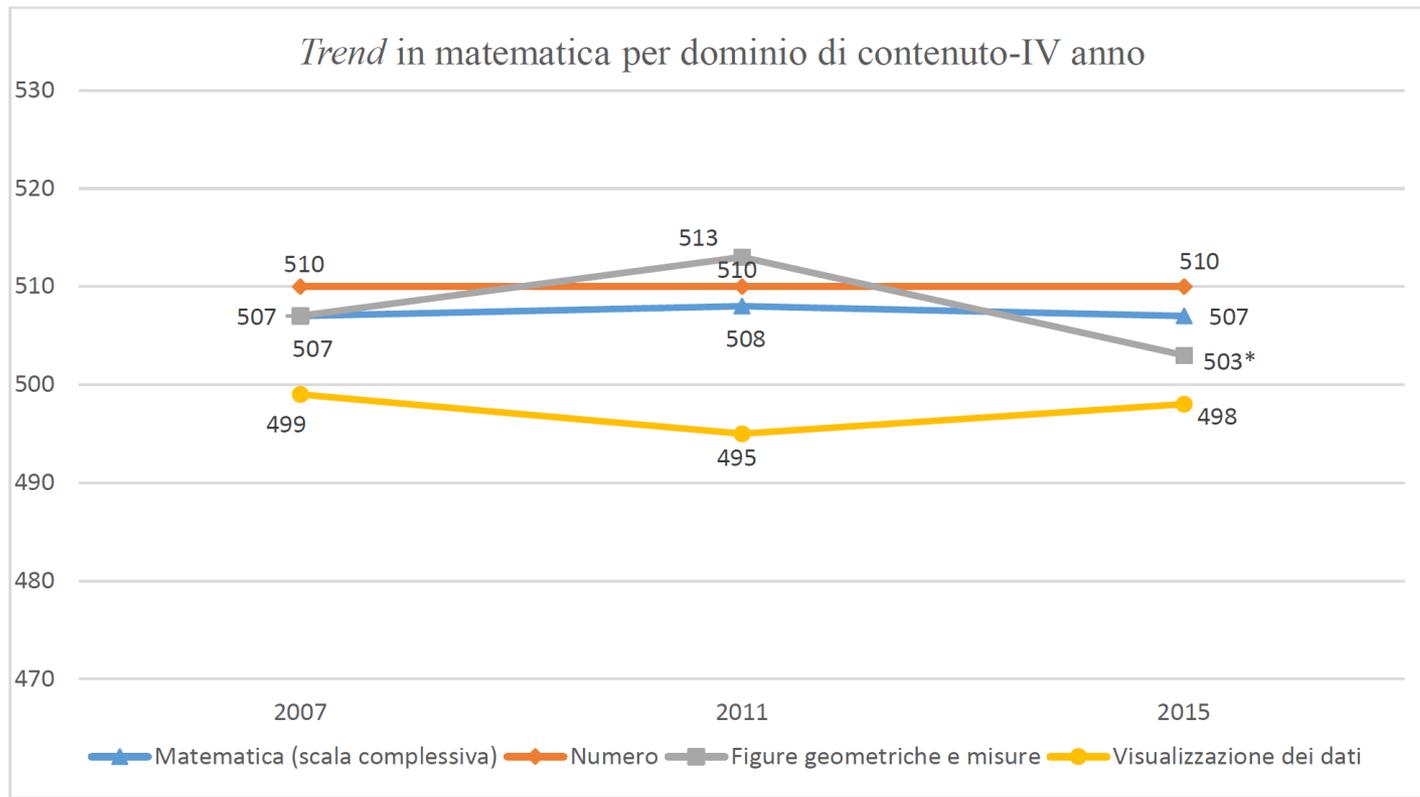
Ambito	Media	Percentuale media risposte corrette
Numeri	190,09	44,03
Spazio e figure	188,99	47,69
Dati e previsioni	183,95	63,59
Relazioni e funzioni	188,56	48,67

Tavola 3.8: Risultati della prova di Matematica di II secondaria di secondo grado per ambito – Italia

Ambito	Difficoltà media	Percentuale media risposte corrette
Numeri	199,45	49,78
Spazio e figure	214,72	41,02
Dati e previsioni	192,14	53,94
Relazioni e funzioni	205,28	46,30

Risultati TIMSS Primaria grado 4

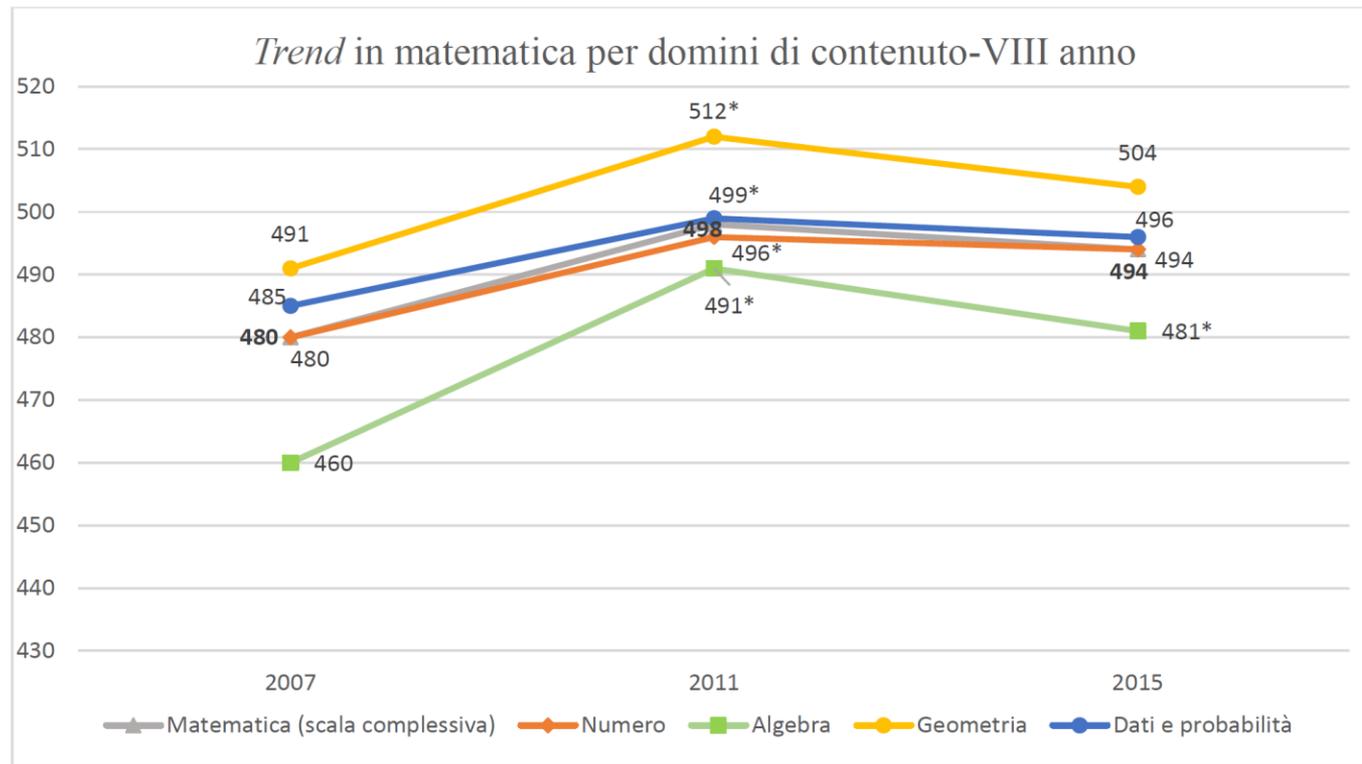
Figura 7.1.2: Andamento in matematica per domini di contenuto - grado 4





Risultati TIMSS Primaria grado 8

Figura 7.2.2: Andamento in matematica per domini di contenuto - grado 8

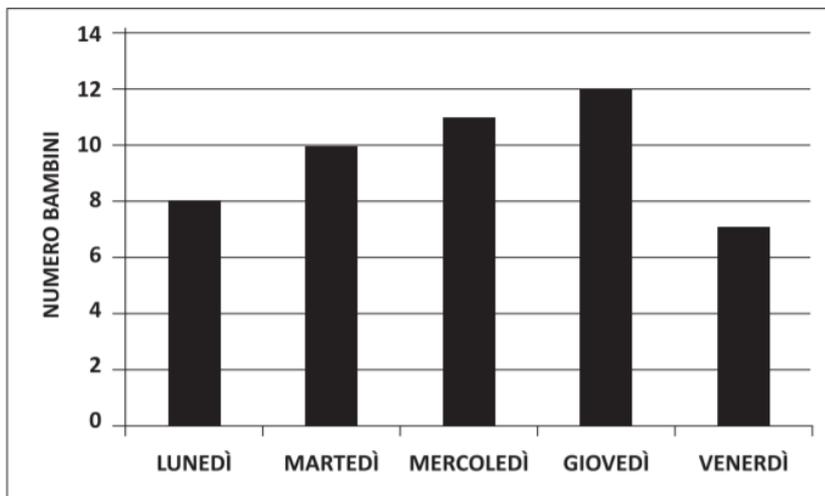


Fonte: base dati TIMSS 2015 / INVALSI.

*differenze statisticamente significative rispetto al ciclo precedente.

Primaria 2° anno

D15. Osserva questo grafico che mostra il numero di bambini che hanno mangiato alla mensa in una settimana.



Risposte corrette 35.2%

Quanti bambini in più hanno mangiato alla mensa giovedì rispetto a martedì?

Risposta:



Primaria 5° anno

D15. La tabella qui sotto indica il numero di alunni, suddivisi tra maschi e femmine, che hanno frequentato una scuola dal 2010 al 2014.

	2010	2011	2012	2013	2014
MASCHI	254	257	252	258	270
FEMMINE	283	258	247	260	246

a. Scrivi gli anni in cui i maschi sono più delle femmine.

Risposta:

b. Nel 2014, qual è il numero complessivo di alunni?

Risposta:

c. Negli anni dal 2010 al 2014, il numero dei maschi è sempre aumentato? Scegli la risposta corretta e completa la frase spiegando il perché.

Sì, perché.....

.....

.....

No, perché.....

.....

.....

a. Risposte corrette 77,7%

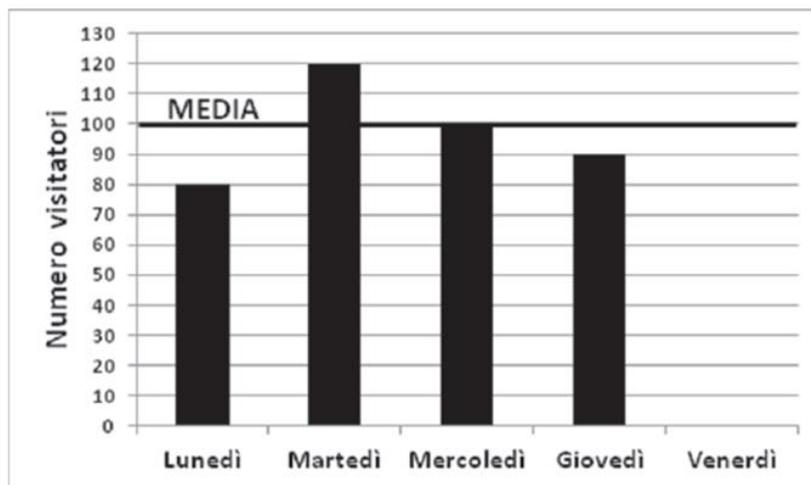
b. Risposte corrette **81,5**

c. Risposte corrette **61,3**

D28. Una biblioteca è aperta da lunedì a venerdì.

Le persone che hanno visitato quella biblioteca la scorsa settimana sono state in media 100 al giorno.

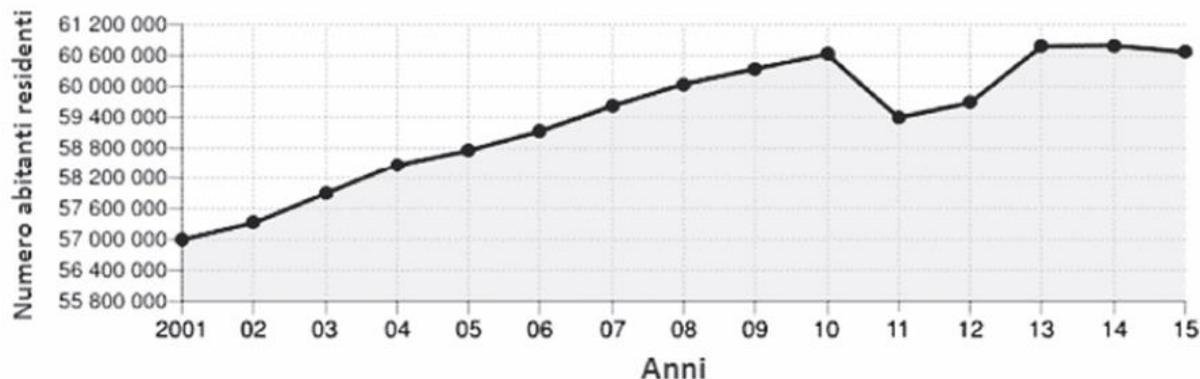
Il grafico qui sotto riporta il numero di visitatori della scorsa settimana, ma non è completo.



Risposte corrette **31,4%**

Completa il grafico disegnando la colonna corrispondente al numero di persone che hanno visitato la biblioteca il venerdì.

D32. Osserva il grafico relativo all'andamento degli abitanti residenti in Italia dal 2001 al 2015.



Risposte corrette **26,3%**

Completa il testo utilizzando le informazioni del grafico.

Nel 2008 il numero degli abitanti residenti in Italia è di circa

Nel il numero dei residenti è di circa cinquantasette milioni.

Tra il 2001 e il l'aumento dei residenti è di circa 1 800 000 abitanti. Tra il

2010 e il 2011 il numero dei residenti è diminuito di circa abitanti.

D24. Alcuni bambini giocano con un dado a sei facce non truccato. Vince chi ha scommesso sul numero che è uscito più volte dopo 20 lanci. Dopo ogni lancio, su una tabella, mettono una crocetta (X) vicino al numero che è uscito. Dopo 17 lanci la situazione è la seguente:



NUMERO	
1	X X X
2	X X
3	X X X
4	X X X X X
5	X
6	X X X

a. Risposte corrette **33,0%**

b. Risposte corrette **61,0%**

a. Adele dice: “È inutile continuare a giocare, tanto chi ha scommesso sul 4 ha già vinto”.

Adele ha ragione? Scegli una delle risposte e completa la frase.

Adele ha ragione perché

.....

.....

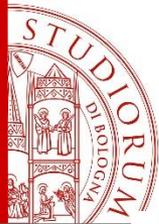
Adele non ha ragione perché

.....

.....

b. Al diciottesimo lancio del dado quale numero ha più probabilità di uscire?

- A. Il 4 perché è uscito più volte nei lanci precedenti
- B. Il 5 perché è uscito meno volte nei lanci precedenti
- C. Nessuno perché in ogni lancio tutti i numeri hanno la stessa probabilità di uscire
- D. Il 3 perché è un numero fortunato



Secondaria di I grado

3° anno

- D7. Quaranta alunni hanno svolto una prova di Italiano e una di Matematica. In tabella sono riportate le frequenze dei voti ottenuti in ciascuna delle due prove: ad esempio, 5 alunni hanno ottenuto come voti 8 in Italiano e 6 in Matematica.

		ITALIANO			
		VOTO 5	VOTO 6	VOTO 7	VOTO 8
MATEMATICA	VOTO 5	0	0	2	0
	VOTO 6	2	7	1	5
	VOTO 7	2	1	3	9
	VOTO 8	0	1	7	0

- a. Risposte corrette **58,3**
b. Risposte corrette **48,7%**
c. Risposte corrette **28,3%**

- a. Quanti alunni hanno preso gli stessi voti in Italiano e in Matematica?

Risposta: alunni

- b. Quanti sono gli alunni che hanno ottenuto in Matematica un voto più alto del voto ottenuto in Italiano?

- A. 7
B. 17
C. 13
D. 8

- c. Scegliendo a caso un alunno, qual è la probabilità che abbia ottenuto 5 nella prova di Italiano?

Risposta:

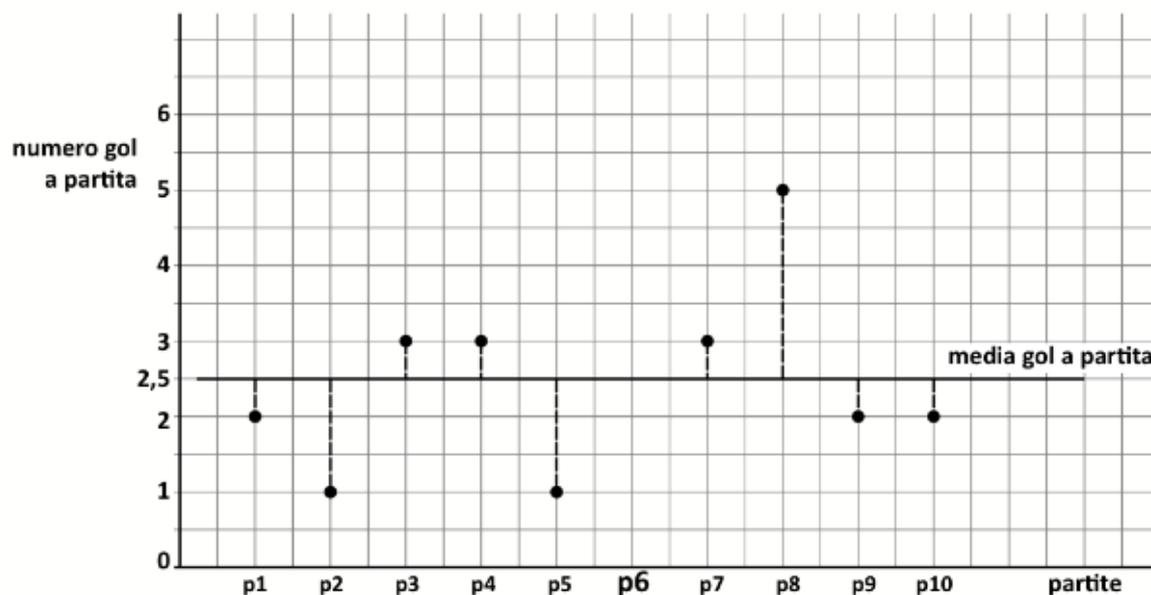
Secondaria di I grado

3° anno

MIBUSI1000

D10. Il grafico in figura rappresenta il numero di gol a partita realizzati dalla squadra di calcio del San Lorenzo durante l'ultimo campionato.

La linea continua corrisponde alla media dei gol a partita per le 10 partite di campionato.



Risposta corretta 48%

Segna sul grafico il punto corrispondente al numero di gol realizzati dal San Lorenzo nella sesta partita (p6) di campionato.



Secondaria di II grado

2° anno

D22. La tabella riporta il numero di studenti (in migliaia) iscritti alle scuole superiori dal 2000 al 2005 in Italia (fonte: ISTAT).

Anno	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Numero di studenti	2 565	2 583	2 617	2 634	2 654	2 692

Completa la frase che segue.

Dal 2001 al 2005 il numero di studenti delle scuole superiori è aumentato all'incirca del% (approssima con una o due cifre dopo la virgola).

Percentuale risposte corrette 9,6

Percentuali risposte mancanti 31,4



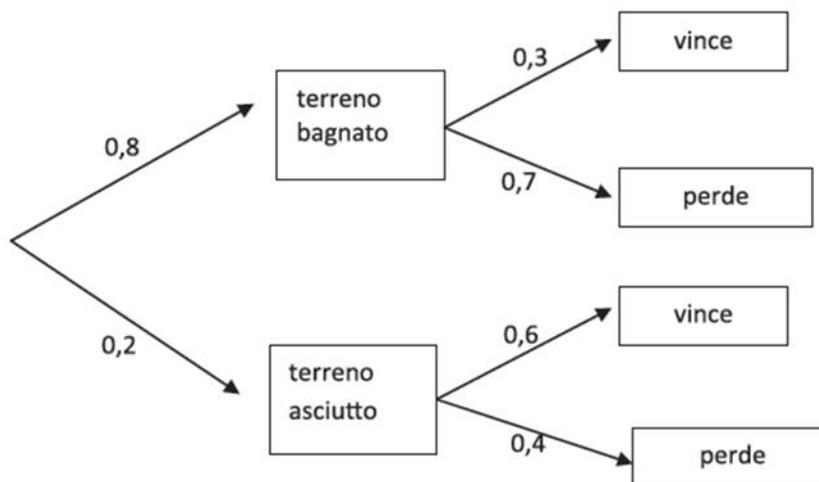
Secondaria di II grado

2° anno

D17. In una gara motociclistica la moto M ha probabilità di vincere la gara:

- 0,3 se il terreno è bagnato;
- 0,6 se il terreno è asciutto.

La probabilità che il giorno della gara il terreno sia asciutto è 0,2.



Il diagramma può aiutare a determinare, per esempio, la probabilità che il terreno sia asciutto e che la moto M perda la gara. Essa è $0,2 \cdot 0,4 = 0,08$.

Qual è la probabilità che la moto M vinca la gara?

Risposta:

Percentuale risposte corrette 18,7



A che punto siamo?

Competenze acquisite	Aspetti problematici
Lettura di dati da tabelle	Passare da una rappresentazione all'altra
Lettura di dati da grafici	Confrontare risultati
Calcolo di un indicatore semplice	Interpretare la variabilità
Probabilità eventi semplici	Probabilità da situazione non standard- incertezza

alfabetizzazione a buon punto

ragionamento in avvicinamento

pensiero ancora lontano



Qualche suggerimento

- La dipendenza del ragionamento statistico dal contesto ha importanti implicazioni per insegnare.
 - ✓ Ad esempio, calcolo di coefficiente di correlazione per due liste di numeri contribuisce poco a sviluppare il pensiero statistico.
 - ✓ Al contrario, usando il concetto di associazione per esplorare il legame tra due fenomeni, ad esempio, tassi di disoccupazione e tassi di obesità, si integra l'analisi dei dati e il ragionamento per spiegare la variabilità.
- Altro aspetto in merito all'ambito della probabilità che deve essere pensato come strumento di base per descrivere e quantificare attraverso modelli statistici l'incertezza.
 - ✓ In particolare l'uso di **strumenti di simulazione** potrebbe aiutare l'apprendimento di concetti astratti quali le variabili aleatorie, le distribuzioni teoriche, il campionamento casuale e quindi variabili casuali campionarie



Esperienze laboratoriali

Piano Lauree Scientifiche

1. Indagine osservazionale: Esempio felicità
2. Indagine sperimentale: analisi sensoriale
3. Analisi su dati provenienti da fonti:
 - ✓ Dati Istat
 - ✓ Dati laboratorio sullo sport

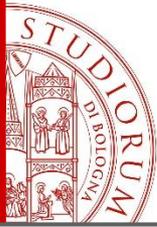


Esempio Osservazionale

Analisi comportamentale

Indagine sul livello di «felicità»

- Campione
- Questionario
- Modalità di somministrazione
- Raccolta dati



Esempio Sperimentale

Analisi sensoriale

Esperimento sull'analisi di un prodotto:

-Assaggiare due diversi tipi di cioccolatini o due tipi diversi di cola per valutare le differenze

- Preparazione piano «randomizzato» dell'esperimento
 - Campione
 - Modalità di somministrazione
 - Raccolta dati



Test triangolare

- ❑ Si vuole verificare la «qualità» di due prodotti A e B
- ❑ Gruppo di assaggiatori (panel)
- ❑ Ad ogni membro del panel vengono presentati tre prodotti codificati diversamente, di cui due identici e uno diverso.
- ❑ L'assaggiatore deve identificare il prodotto differente, e anche se non è in grado di farlo, deve comunque dare una risposta (scelta forzata).
- ❑ La preparazione consiste nel distribuire i due prodotti da confrontare **A** e **B** secondo uno schema per cui le possibili combinazioni:

BAA ABA AAB ABB BAB BBA

- ❑ L'ordine di presentazione deve essere randomizzato e bilanciato all'interno del panel in modo che le sei possibili combinazioni dei due campioni, A e B, da confrontare vengano presentate uno stesso numero di volte
- ❑ I tre prodotti vengono presentati accompagnati da una scheda nella quale vengono fornite le istruzioni per l'esecuzione del test, e sono indicati secondo la sequenza di assaggio, i numeri di codice dei prodotti da esaminare da esaminare.

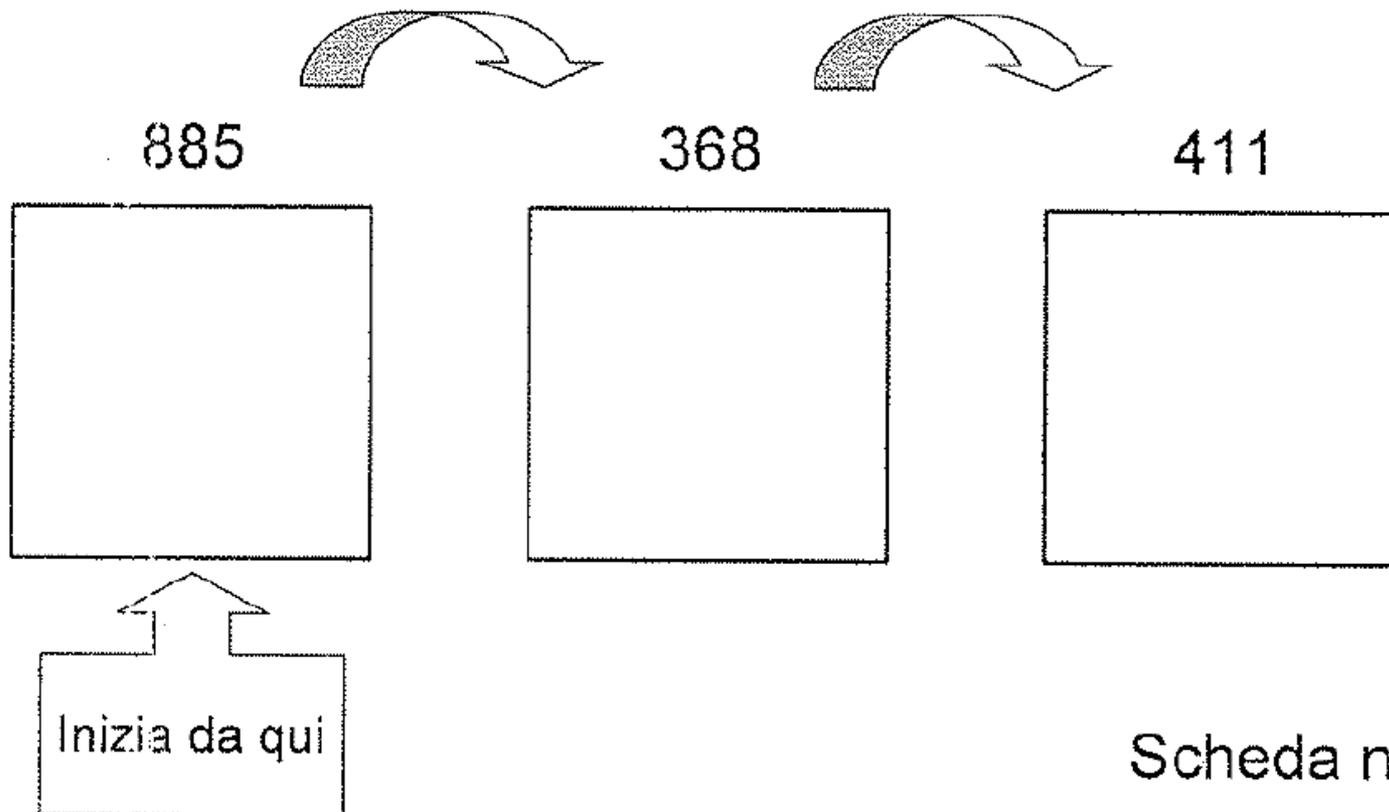


Ciocolatini

Ti vengono presentati 3 quadrati di cioccolato fondente professionale da copertura: 2 sono fatti con un cioccolato di una marca mentre 1 è di una marca differente.

Assaggiali da sinistra verso destra facendo attenzione a tutte le sensazioni.

Fai una croce sul numero corrispondente al quadrato che contiene il prodotto diverso dagli altri due.





Assaggiatore\				Sequenza corretta	
	I	II	III		
1		X		AAB	NO
2	X			ABA	NO
3	X			ABB	Si
4		X			
5		X			
6			X		
7			X		
8			X		
9	X				
10	X				
11		X			
12		X			
13	X				
14	X				
15			X		
16			X		
17	X				
18		X			



Metodo triangolare

Domanda: Esistono differenze tra i due prodotti??

TEST STATISTICO

Ipotesi: no non ci sono differenze → gli assaggiatori non percepiscono nessuna differenza tra i tre prodotti

Stessa probabilità $1/3$

Calcolare il numero di risposte corrette

Calcolare la probabilità di un risultato uguale o maggiore di questo



Metodo triangolare

- Occorre calcolare questa probabilità:

→ Test binomiale

$$P - value = \sum_{x=s}^n \binom{n}{x} (1/3)^x (2/3)^{n-x}$$

Dove:

n= numero assaggiatori

s=frequenza risposta corretta

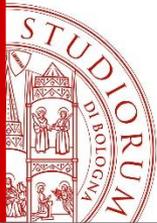
x=casi che interessano

Es:

n=36

s=20

$$\sum_{x=20}^{36} \binom{36}{x} 1/3^{36} 2/3^{36-x} =$$



Esempio

Statistica e sport

- Unità statistiche: giocatori di una squadra di basket
- Variabili: tiri liberi, canestri due punti, Tentativi due punti, canestri da tre punti, tentativi tre punti, falli subiti, falli commessi, Assist, partite giocate, minuti di gioco, punti fatti

Giocatori	Pts	PG	Min	Falli		Canestri 2-points			Canestri 3-points			Tiri liberi			Rimbalzi			Ass
				C	S	R	T	%	R	T	%	R	T	%	O	D	T	
Justin Knox	368	26	727	64	73	149	264	56	5	17	29	55	69	80	53	133	186	16
Matteo Montano	289	26	553	59	54	45	94	48	48	128	38	55	64	86	10	48	58	43
Stefano Mancinelli	252	24	643	43	54	77	164	47	18	64	28	44	61	72	19	105	124	59
Leonardo Candi	241	24	682	69	94	50	111	45	22	87	25	75	83	90	13	45	58	64
Nazzareno Italiano	193	25	425	81	57	32	77	42	29	55	53	42	60	70	22	61	83	28
Alex Legion	145	8	244	24	21	34	61	56	20	49	41	17	18	94	7	30	37	16
Michele Ruzzier	145	23	571	60	55	42	79	53	12	49	24	25	36	69	9	27	36	95
Davide Raucci	89	26	404	58	21	18	46	39	13	38	34	14	20	70	22	39	61	26
Mitja Nikolic	77	10	245	19	16	20	31	65	10	35	29	7	13	54	6	42	48	15



Dream Team

- Domande: quale è il giocatore migliore? → Creare a Basket Dream Team
- Uso di statistiche descrittive (media, mediana, varianza, etc.) per descrivere il gruppo
- Primo passo: confronto percentuali e valori assoluti tenendo conto dei ruoli (Point guard, Shooting guard, Small forward, Power forward, Center)
- Secondo passo: grafici di variabilità e di concentrazione

Studio della variabilità



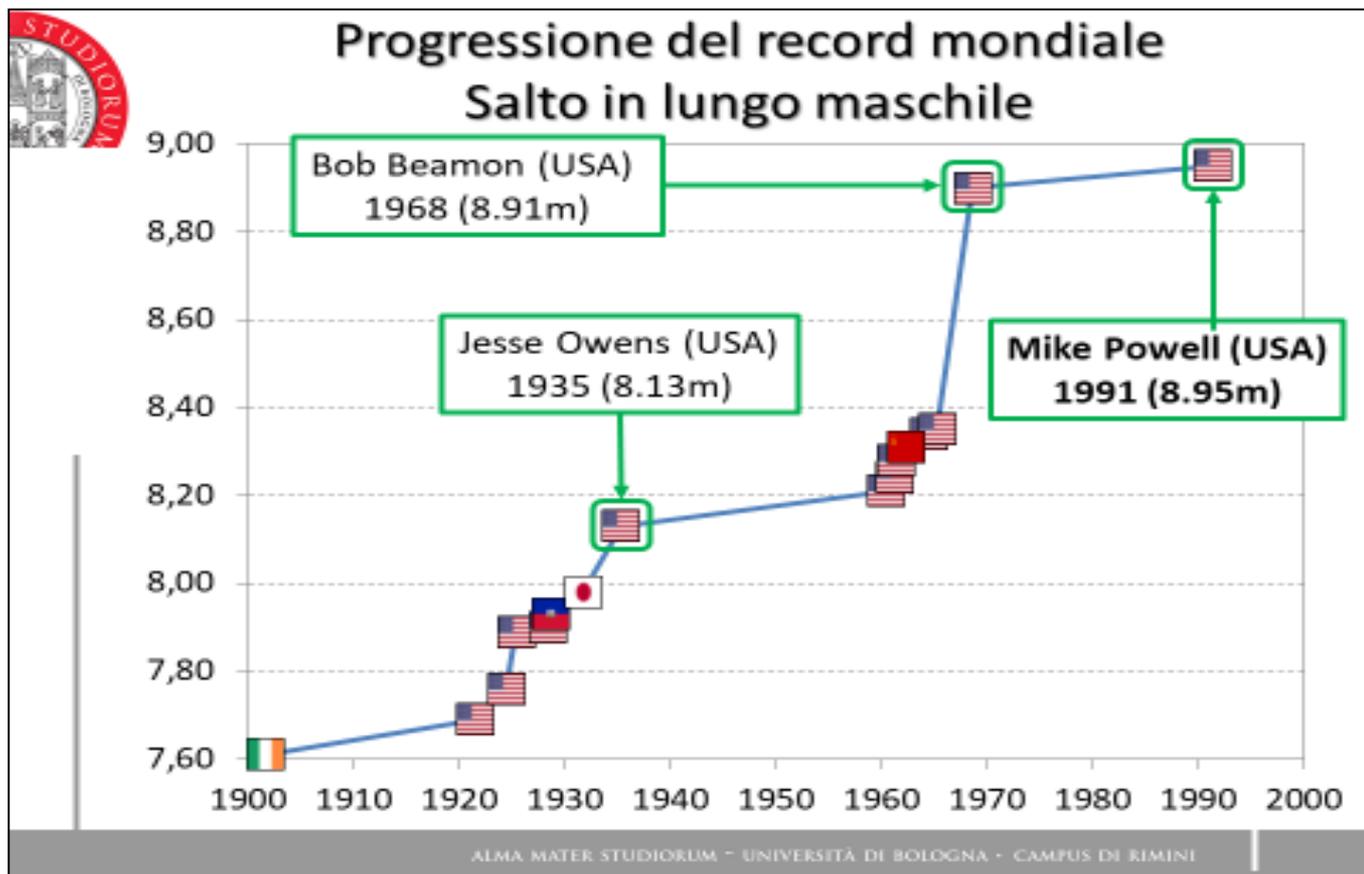
Analisi di serie temporali

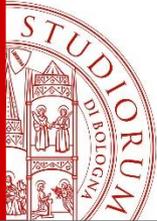
Performance di una squadra

- Come è la performance nel tempo della squadra?
- Dati sintetici quali i punti e si costruisce una serie temporale
- Variazioni: inizio campionato-di partita in partita

Dati sui record mondiali

- Record del salto in lungo
- Studio in relazione agli accadimenti storici





e come esempio i grafici...

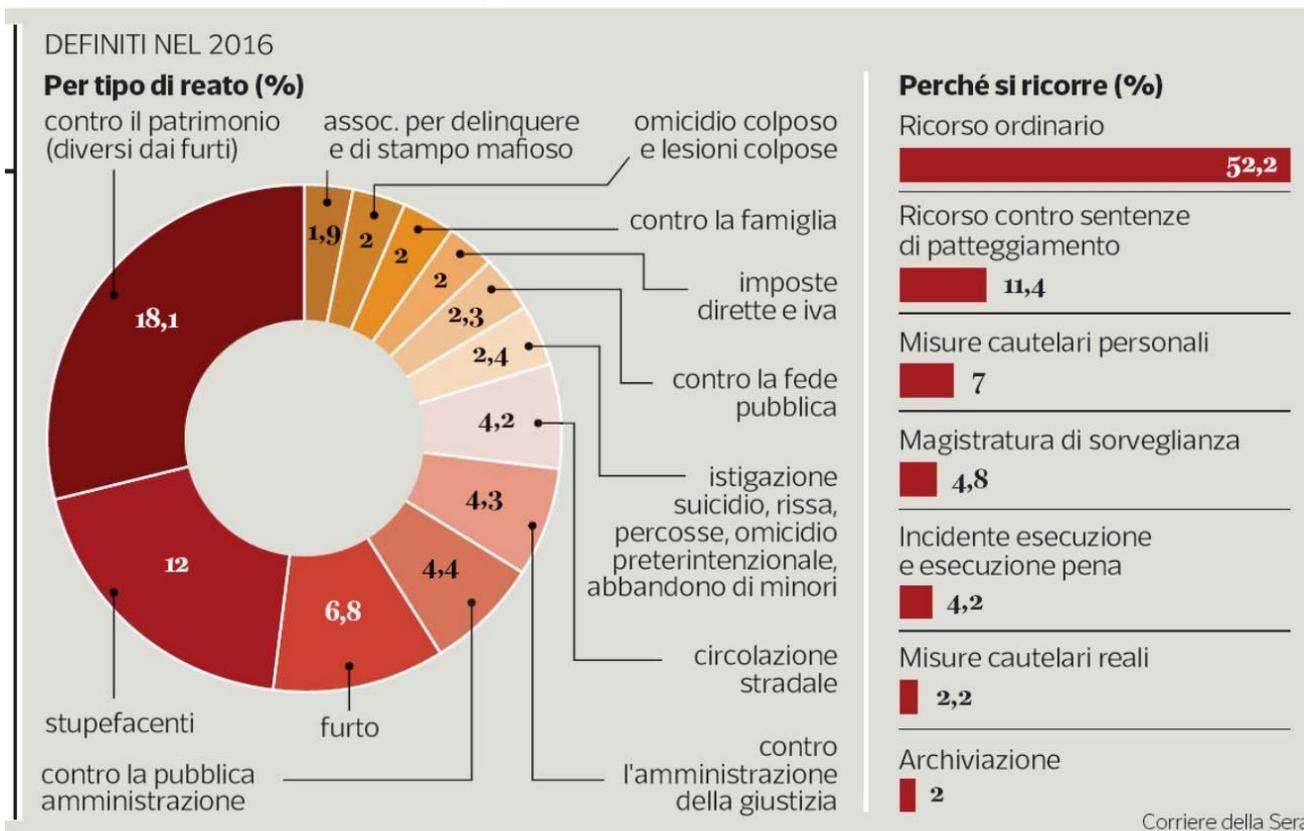
«Che razza di infografica»

Marco Capovilla- Scienza in rete (maggio 2017)

- <https://www.scienzainrete.it/articolo/che-razza-di-infografica/marco-capovilla/2017-05-14>

Con **infografica** (in inglese *infographic* o *information graphic*) si intendono quelle rappresentazioni grafiche di informazioni e dati che permettano una veicolazione della conoscenza più rapida, più chiara e più efficace rispetto a quanto potrebbe fare qualsiasi testo. Sono molto vicini - e in alcuni casi sovrapponibili - anche i significati di espressioni quali *information visualization*, *information design*, *statistical graphics* e *data visualization*, da cui deriva anche la stretta vicinanza con il campo del *data journalism*, del *database journalism* e del *data-driven journalism*.

Orrori...ops errori



Come realizzare un buon grafico*



Michael Friendly, (*Data visualization: looking back, going orward*)

Una acronimo per definire le qualità di un grafico

ACCENT

Apprehension: cattura → capacità di indurre in chi guarda il grafico una percezione corretta delle relazioni tra le variabili rappresentate.

Clarity : chiarezza → capacità di rendere facilmente distinguibili gli elementi di spicco all'interno di un grafico.

Consistency : coerenza → capacità di confrontare la visualizzazione proposta con strumenti accessibili al comune lettore, che ne consentano una interpretazione in analogia ad altri precedentemente esaminati.

Efficiency : efficienza → capacità di rappresentare anche relazioni complesse tra le variabili rappresentate nel modo più semplice possibile.

Necessity : necessità → impossibilità di veicolare l'informazione in maniera differente da quella grafica.

Truthfulness : onestà → capacità di rappresentare l'informazione senza condizionamenti derivanti da un uso scorretto delle scale o degli assi

**De Nardo Liseo (2014)*



Materiali

Induzioni

<http://www.libraweb.net/riviste.php?chiave=09>

SERJ-Statistics Education Research Journal

<https://iase-web.org/Publications.php?p=SERJ>

Teaching statistics

[http://onlinelibrary.wiley.com/journal/10.1111/\(ISSN\)1467-9639](http://onlinelibrary.wiley.com/journal/10.1111/(ISSN)1467-9639)

Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (GAISE) Report: A Pre–K–12 Curriculum Framework3

<http://www.amstat.org/education/gaise>

<http://iase-web.org/islp/>

<http://isi.cbs.nl/glossary/>



Materiali

Treccani

<http://www.treccani.it/scuola/dossier/2010/statistica>

Mat@bel

<http://www.scuolavalore.indire.it/guide/dati-e-previsioni/>

Big&OpenData InnovationLaboratory

<http://bodai.unibs.it/BDSports/Students.htm>

Istat

<http://dati.istat.it/Index.aspx>

<https://formazione.istat.it/moodle/>

<http://www.istat.it/it/informazioni/per-studenti-e-docenti/pacchetti-didattici>



Riferimenti analisi dati sport

BDSports: BIG DATA ANALYTICS IN SPORTS

<http://bodai.unibs.it/bdsports/>

Rivista Induzioni

-Marica Manisera-Paola Zuccolotto

-Alessandro Lubisco



Materiali

Sole 24 Tecnologia [Scienza](#) 20 ottobre 2017

https://www.ilsole24ore.com/art/la-statistica-e-rigore-possono-aiutare-contrastare-fake-news-AEEw6WsC?refresh_ce=1

<https://www.infodata.ilsole24ore.com/>

https://www.wired.it/scienza/lab/2016/03/18/scienza-problema-statistica/?refresh_ce=

<https://simplystatistics.org>